対称座標法に就いての一考察

小　林　惟　康

工学部電氣工学科

第１節　序　説

若し多相系に対して單相系に対すると同じ取扱いをなすことが出來るならば多相系の取扱いは非常に簡明になる。定常狀態の單相系に於ては回路定数が既知であるならば電圧と電流との関係は頗る簡單な式で表はすことが出來るのであるが多相系は單相系の有機的な集合体であるから定常狀態に於ける多相系の各相に対して單相系に於ける回路定数と同じ性質の回路定数を考へることが出來るならば多相系も單相系と同じ様な取扱いが出來て取扱いが簡單になる筈である。多相系に於ける斯の様な回路定数は所謂１相当りの回路定数である。

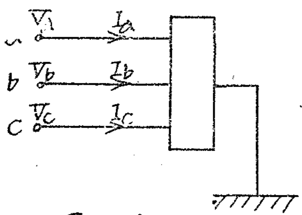


Fig 1.1

１相当りの回路定数とは如何なるものであるかと云うに例へば第1·1図に示す様な３相系に於て端子 a, b 及び c の電位を夫々 V_a, V_b 及び V_c（V∠）とし線電流を夫々 $I_a\,I_b$ 及び I_c（A∠）とすれば端子 a, b 及び c から夫々 a, b 及び c 相を眺めた Impedance 即 a, b 及び c 相に於ける1相当りの Impedanceを夫々 Z_a, Z_b 及び Z_c とすると

$$\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{Z}}}_i\right)=\left(\frac{\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{V}}}_i}{\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{I}}}_i}\right)=\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{I}}}_i\,\delta_{ij}\right)^{-1}\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{V}}}_i\right)\qquad \Omega\angle \qquad (1{\cdot}1)$$

と定義し又端子 a, b 及び c から夫々 a, b 及び c 相を眺めた Admittance 即 a, b 及び c 相に於ける1相当りの Abmittance を夫々 Y_a, Y_b 及び Y_c とすれば

$$\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{Y}}}_i\right)=\left(\frac{\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{I}}}_i}{\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{V}}}}\right)=\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{V}}}_i\,\delta_{ij}\right)^{-1}\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{I}}}_i\right)\qquad \mho\angle \qquad (1{\cdot}2)$$

と定義する。(1·1) 式から分る様に Z_a, Z_b 及び Z_c は端子 a, b 及び c に於ける線電流が夫々 I_a, I_b 及び I_c なる形の分布のとき a, b 及び c 相が夫々呈する Impedance であつて又 (1·2) 式からわかる様に Y_a, Y_b 及び Y_c は端子 a, b 及び c に於ける端子電位が夫々 V_a, V_b 及び V_c なる形の分布のとき a, b 及び c 相が夫々呈する Admittance である。

斯く定義された１相当りの回路定数を用うるならば端子電位と線電流との間には (1·1) 或は (1·2) 式から

$$\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{V}}}_i\right)=\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{I}}}_i\,\delta_{ij}\right)\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{Z}}}_i\right)=\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{I}}}_i\ \overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{Z}}}_i\right)\qquad \mathrm{V}\angle \qquad (1{\cdot}3)$$

或は

$$\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{I}}}_i\right)=\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{V}}}_i\,\delta_{ij}\right)\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{Y}}}_i\right)=\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{V}}}_i\ \overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{Y}}}_i\right)\qquad \mathrm{A}\angle \qquad (1{\cdot}4)$$

なる関係式が成立することがわかる。

(1·3) 或は (1·4) 式は3相系の各相に就いて夫々單相系に於ける関係と同じ関係があることを示して居る。換言すれば１相当りの回路定数を用うるならば３相系の各相を單相系と同

じ様に取扱うことが出來る。

此のことは一見甚だ便利な様に思える。併し実は上に述べたことには二つの問題を含んで居るのである。

第1の問題は3相系の各相が夫々單相系と同じ關係を有すると云うことゝ3相系が單相系と同じ關係を有すると云うことは明確に異ると云うことである。

3相系が單相系と同じ關係を有するならば

$$\left(\underset{abc}{\overset{i}{\mathrm{V}}}{}_i\right)=\left(\underset{abc}{\overset{i}{\mathrm{I}}}{}_i\right)\left(\underset{abc}{\overset{i}{\mathrm{Z}}}{}_i\right) \qquad \mathrm{V}\angle \qquad (1{\cdot}5)$$

$$\left(\underset{abc}{\overset{i}{\mathrm{I}}}{}_i\right)=\left(\underset{abi}{\overset{i}{\mathrm{V}}}{}_i\right)\left(\underset{abc}{\overset{i}{\mathrm{Y}}}{}_i\right) \qquad \mathrm{A}\angle \qquad (1{\cdot}6)$$

なる式が成立しなければならないのであるが (1·3) 式は (1·5) 式とは異り又 (1·4) 式は (1·6) 式と異るからである。

然るに電位と電流とを夫々3箇の成分に分解して考へ1相当りの回路定数も此等の成分に相応するものを考へるならば (1·3) 式は (1·5) 式と一致せしめることが出來るし又 (1·4) 式も (1·6) 式に一致せしめることが出來る。

換言すれば3相系が單相系と同じ關係を有するためには電位と電流とを夫々3箇の成分に分解して考へることが必要になる。即対称座標的な考へ方が必要になるのである。

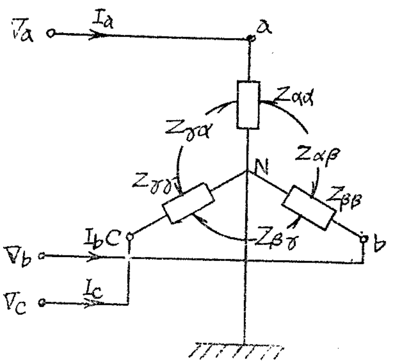


Fig 1 2

第2の問題は1相当りの回路定数の性質にある。

1相当りの回路定数の性質を少しく調べてみるに今第1·2図に示す様な中性点が直接に接地されたY接続系に於てa, b及びc相の自己 Impedance を夫々 $Z_{\alpha\alpha}$ $Z_{\beta\beta}$ 及び $Z_{\gamma\gamma}$ (Ω∠) とし $Z_{\alpha\beta}$ $Z_{\beta\gamma}$ 及び $Z_{\gamma\alpha}$ を夫々 a と b, bとc及びcとa相との間の相互 Impedance とすれば

$$\left(\underset{abc}{\overset{i}{\mathrm{V}}}{}_i\right)=(\mathrm{Z})\left(\underset{abc}{\overset{i}{\mathrm{I}}}{}_i\right) \qquad \mathrm{V}\angle$$

但し

$$\mathrm{Z}=\begin{pmatrix} Z_{\alpha\alpha} & Z_{\alpha\beta} & Z_{\gamma\alpha} \\ Z_{\alpha\beta} & Z_{\beta\beta} & Z_{\beta\gamma} \\ Z_{\alpha\gamma} & Z_{\beta\gamma} & Z_{\gamma\gamma} \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle \qquad (1{\cdot}7)$$

從つて端子 a, b 及び c から眺めた Impedance Z_a, Z_b 及び Z_c は

$$\left(\underset{abc}{\overset{i}{\mathrm{Z}}}{}_i\right)=\left(\underset{abc}{\overset{i}{\mathrm{I}}}{}_i\,\delta_{ij}\right)^{-1}(\mathrm{Z})\left(\underset{abc}{\overset{i}{\mathrm{I}}}{}_i\right)$$

$$=\begin{pmatrix} Z_{\alpha\alpha}+Z_{\alpha\beta}\dfrac{I_b}{I_a}+Z_{\gamma\alpha}\dfrac{I_c}{I_a} \\ Z_{\alpha\beta}\dfrac{I_a}{I_b}+Z_{\beta\beta}+Z_{\beta\gamma}\dfrac{I_c}{I_b} \\ Z_{\alpha\gamma}\dfrac{I_a}{I_c}+Z_{\beta\gamma}\dfrac{I_b}{I_c}+Z_{\gamma\gamma} \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle \qquad (1{\cdot}8)$$

となる。上式からわかる様に1相当りの Impedance は線電流分布の形の函数であつて線電流の相対的大さが変れば忽ち値が異るのみならず相対的の位相が変れば亦値が異つて來る。單相系では其の中に含まれる磁路の磁氣飽和を考へないならば電弧の様な場合を除き

回路の Impedance は電流には無関係であるが３相系に於ける１相当りの Impedance は電流分布の模様によつて異ることに注意を要する。從つて１相当りの Impedance は或る一つの電流分布の形に対して特有な値があり之は他の形の電流分布には適用出來ない。之３相系に於ける１相当りの Impedance の著しい特徴である。

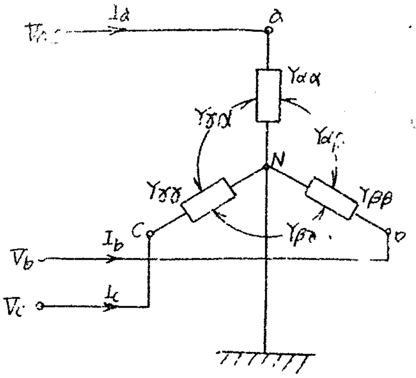


Fig 1 3

次に 1.3 図に示す様な中性点が直接に接地されたY接続系に於てa, b及びc相の自己Admittance を夫々 $Y_{\alpha\alpha}$, $Y_{\beta\beta}$ 及び $Y_{\gamma\gamma}$ ($\Omega\angle$)とし $Y_{\alpha\beta}$, $Y_{\beta\gamma}$ 及び $Y_{\gamma\alpha}$ を夫々 a と b, d と c 及び c と a との間の相互 Admittanceとすれば

$$\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{I}_i}}\right)=\left[\mathrm{Y}\right]\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{V}_i}}\right) \qquad \mathrm{A}\angle$$

但し

$$[\mathrm{Y}]=\begin{pmatrix} \mathrm{Y}_{\alpha\alpha} & \mathrm{Y}_{\alpha\beta} & \mathrm{Y}_{\gamma\alpha} \\ \mathrm{Y}_{\alpha\beta} & \mathrm{Y}_{\beta\beta} & \mathrm{Y}_{\beta\gamma} \\ \mathrm{Y}_{\alpha\gamma} & \mathrm{Y}_{\beta\gamma} & \mathrm{Y}_{\gamma\gamma} \end{pmatrix} \qquad \mho\angle \qquad (1\cdot9)$$

從つて端子 a, b 及び cから眺めたAdmittance Y_a, Y_b 及び Y_c は

$$\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{Y}_i}}\right)=\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{V}_i}}\delta_{ij}\right)^{-1}\left[\mathrm{Y}\right]\left(\overset{i}{\underset{abc}{\mathrm{V}_i}}\right)$$

$$=\begin{pmatrix} \mathrm{Y}_{\alpha\alpha}+\mathrm{Y}_{\alpha\beta}\dfrac{\mathrm{V}_b}{\mathrm{V}_a}+\mathrm{Y}_{\alpha\gamma}\dfrac{\mathrm{V}_c}{\mathrm{V}_a} \\ \mathrm{Y}_{\alpha\beta}\dfrac{\mathrm{V}_a}{\mathrm{V}_b}+\mathrm{Y}_{\beta\beta}+\mathrm{Y}_{\beta\gamma}\dfrac{\mathrm{V}_c}{\mathrm{V}_b} \\ \mathrm{Y}_{\gamma\alpha}\dfrac{\mathrm{V}_a}{\mathrm{V}_c}+\mathrm{Y}_{\beta\gamma}\dfrac{\mathrm{V}_b}{\mathrm{V}_c}+\mathrm{Y}_{\gamma\gamma} \end{pmatrix} \qquad \mho\angle \qquad (1\cdot10)$$

となる。即１相当りの Admittance は端子電位分布の形の函数であつて端子電位の相対的大さが変れば値が異り又相対的の位相が変れば亦値が異る。單相系では其の中に含まれる磁路の磁氣飽和を考へないならば電弧の様な場合を除き回路の Admittance は電圧には無関係であるが 3相系に於ける 1相当りの Admittance は端子電位分布の模様によつて異ることに注意を要する。從つて 1相当りの Admittance は或る一つの端子電位分布の形に対して特有な値があり之は他の形の端子電位分布には適用出來ない。之3相系に於ける1相当りの Abmittance の著しい特徴である。單相系に於いては Impedance と Abmittance とは互に逆数関係が成立する。然るに 3相系に於いてはたとい第 1.2図に示した回路と第 1.3図に示した回路とが同一のものであるにしても同じ相の 1相当りの Impedance と Admittance とは一般には逆数関係が成立しない。此の３相系に於ける１相当りの回路定数の著しい第 2の特徴である。

扨て上述の様に１相当りの回路定数は或る一つの線電流分布の形或は端子電位分布の形に対して持有な値があり之は他の形の分布に対しては適用することが出來ない。從つて分布の形が異る毎に１相当りの回路定数の値を其の都度知ることをしなければ端子電位と線電流との間の関係を知ることが出來ないのである。然も多くの場合各相の自己及び相互 Impedance或は Admittanceは計算によつては求め難いから1相当りの回路定数は(1·8)或は

(1·10)式によつて算出することが出來ず結局は実測するより知る手段が無く從つて与へられた端子電位或は線電流の分布に対して一､一実測しなければならないと云うことになる。此処に1相当りの回路定数を用うる場合の困難がある。

然るに1相当りのImpedanceは線電流に，1相当りのAdmittanceは端子電位に無関係となる場合が三つある。

1相当りのImpedanceに就いては線電流分布が

第1，零相形なるとき

第2，第1正相系なるとき

第3，第2正相系なるとき

であつて第1. 第2及び第3の場合のImpedanceを夫々零相，第1正相及び第2正相のImpedanceと呼ぶことにしよう。

1相当りのAdmittanceに就いては端子電位分布が

第1，零相形なるとき

第2，第1正相形なるとき

第3，第2正相形なるとき

であつて第1，第2及び第3の場合のAdmittanceを夫々零相，第1正相及び第2正相のAdmittanceと呼ぶことにする。

以上述べた所により斯く定義された対称分回路定数を用い且線電流として其の3箇の対称分成分たる零相，第1正相及び第2正相の線電流と端子電位として其の3箇の成分たる零相，第1正相及び第2正相の端子電位を用うるならば3相系も單相系と全く同じ取扱いが出來ることが推察される。然も上記の対称分回路定数は線電流或は端子電位の分布系には無関係であるから与えられた3相系に就いて一度測定して置けば其の結果をあらゆる場合に適用することが出來て甚だ便利である。

此の意味で対称座標法は明確な機能を有すると云うことが出來る。

以上述べたことは中性点が或る接地Impedanceを通して接地されたY接続系，中性点非接地のY接続系及び三角接続系に就いてもあてはまる。

更に一般n相系に就いても同様なことが云へるが本文では簡單のために3相系に就いて述べることにする。

第2節　回路定數の對稱分

3相回路の3端子に於ける線電流の分布が零相形をとるとき各端子から眺めたImpedanceを夫々の端子に於ける零相Impedanceと定義し，3端子に於ける線電流の分布が第1正相形をとるとき各端子から眺めたImpedanceを夫々の端子に於ける第1正相Impedanceと定義する．而して3端子に於ける線電流の分布が第2正相形をとるとき各端子から眺めたImpedanceを夫々の端子に於ける第2正相Impedanceと云うことにする。

又3端子に於ける電位の分布が零相形をとるとき各端子から眺めたAdmittanceを夫々の端子に於ける零相Admittanceと定義し，3端子に於ける電位の分布が第1正形をとるとき各端子から眺めたAdmittanceを夫々の端子に於ける第1正相Admittanceと定義する．而して3端子に於ける電位の分布が第2正相形をとるとき各端子から眺めたAdmittanceを夫々の端子に於ける第2正相Admittanceと云う。

(a)　中性点接地式Y接続回路

此の定義によれば第2·1図に示す中性点接地式Y接続回路に於いて端子a, b及びcから眺めた零相 Impedance を夫々 Z_{ao}, Z_{bo} 及び Z_{co} とすると

$$\left[\underset{abc}{\overset{n}{Z}}{}_{no}\right]=[Z_t]\,[1] \qquad \Omega\angle$$

但し

$$[Z_t]=\begin{pmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ca} \\ Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{ab} \\ Z_{cc} & Z_{ca} & Z_{bc} \end{pmatrix}=$$

$$\begin{pmatrix} Z_{\alpha\alpha}+Z_N & Z_{\alpha\beta}+Z_N & Z_{\gamma\alpha}+Z_N \\ Z_{\beta\beta}+Z_N & Z_{\beta\gamma}+Z_N & Z_{\alpha\beta}+Z_N \\ Z_{\gamma\gamma}+Z_N & Z_{\gamma\alpha}+Z_N & Z_{\beta\gamma}+Z_N \end{pmatrix} \quad \Omega\angle$$

$$[1]=[1\,1\,1]_t \qquad 数値\ \angle^{[2\cdot1]}$$

[2·1]

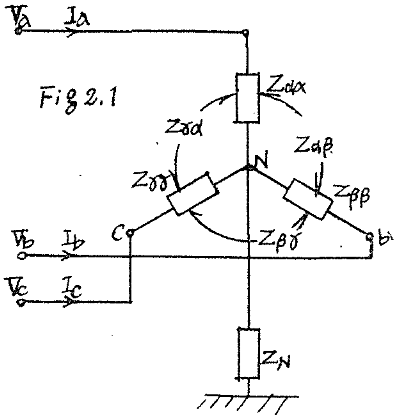


Fig 2.1

次に端子a, b及びcに於ける第1正相Impedance を夫々 Z_{a1} Z_{b1}, 及び Z_{c1} とすれば

$$\left[\underset{abc}{\overset{n}{Z}}{}_{n1}\right]=[Z_t]\,[\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}]\,[1] \qquad \Omega\angle$$

但し $\gamma=\varepsilon^{j\frac{2\pi}{3}}$ 数値 $\angle$ (2·2)

而して端子 a, b 及び c に於ける第2正相 Impedance を夫々 Z_{a2}, Z_{b2} 及び Z_{c2} とすれば

$$\left[\underset{abc}{\overset{n}{Z}}{}_{n2}\right]=[Z_t]\,[\gamma^{-(j-1)2}\,\delta_{ij}]\,[1] \qquad \Omega\angle \qquad (2\cdot3)$$

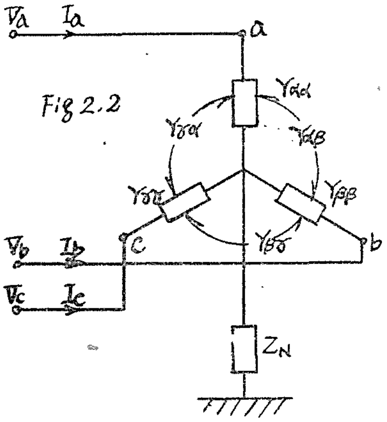


Fig 2.2

又第2·2図に示すY接続回路に於て端子a. b及びcから眺めた零相 Admittance を夫々 Y_{ao}, Y_{bo} 及び Y_{co}とすれば

$$\left[\underset{abc}{\overset{n}{Y}}{}_{no}\right]=[Y_t]\,[1] \qquad \mho\angle$$

但し

$$[Y_t]=\begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ca} \\ Y_{bb} & Y_{bc} & Y_{ab} \\ Y_{cc} & Y_{ca} & Y_{bc} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} Y_{\alpha\alpha}-\dfrac{Y_{\alpha0}{}^2}{\delta}Z_N & Y_{\alpha\beta}-\dfrac{Y_{\alpha0}\,Y_{\beta0}}{\delta}Z_N & Y_{\gamma\alpha}-\dfrac{Y_{\gamma0}\,Y_{\alpha0}}{\delta}Z_N \\ Y_{\beta\beta}-\dfrac{Y_{\beta0}{}^2}{\delta}Z_N & Y_{\beta\gamma}-\dfrac{Y_{\beta0}\,Y_{\gamma0}}{\delta}Z_N & Y_{\alpha\beta}-\dfrac{Y_{\alpha0}\,Y_{\beta0}}{\delta}Z_N \\ Y_{\gamma\gamma}-\dfrac{Y_{\gamma0}{}^2}{\delta}Z_N & Y_{\gamma\gamma}-\dfrac{Y_{\gamma0}\,Y_{\alpha0}}{\delta}Z_N & Y_{\beta\gamma}-\dfrac{Y_{\beta0}\,Y_{\gamma0}}{\delta}Z_N \end{pmatrix} \quad \mho\angle$$

$$\delta=1+(Y_{\alpha0}+Y_{\beta0}+Y_{\gamma0})Z_N=1+3Y'_{00}Z_N$$

$$\left[\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{l}{Y}}{}_{l0}\right]=[Y'_t]\,[1] \qquad \mho\angle^{[2\cdot2]}$$

$$[Y_t'] = \begin{bmatrix} Y_{\alpha\alpha} & Y_{\alpha\beta} & Y_{\gamma\alpha} \\ Y_{\beta\beta} & Y_{\beta\gamma} & Y_{\alpha\beta} \\ Y_{\gamma\gamma} & Y_{\gamma\alpha} & Y_{\beta\gamma} \end{bmatrix} \quad \mho\angle \qquad (2{\cdot}4)$$

端子 a, b 及び c に於ける第1正相 Admittance を夫々 Y_{a1}, Y_{b1} 及び Y_{c1} とすれば

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Y_{n1}}}\right) = [Y_t]\ [\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}]\ [1] \quad \mho\angle \qquad (2{\cdot}5)$$

而して端子 a, b 及び c に於ける第2正相 Admittamce を夫々 Y_{a2}, Z_{b2} 及び Y_{c2} とすれば

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Y_{n2}}}\right) = [Y_t']\ [\gamma^{-(j-1)2}\delta_{ij}]\ [1] \quad \mho\angle \qquad (2{\cdot}6)$$

となる。[2.3]

若し中性点Nが直接に接地されて居る場合であれば端子 a, b 及び c に於ける零相 Impedanceを夫々 $Z_{\alpha0}$, $Z_{\beta0}$ 及び $Z_{\gamma0}$ とすれば

$$\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Z_{l0}}}\right) = [Z_t][1] \quad \Omega\angle$$

但し

$$[Z_t'] = \begin{bmatrix} Z_{\alpha\alpha} & Z_{\alpha\beta} & Z_{\gamma\alpha} \\ Z_{\beta\beta} & Z_{\beta\gamma} & Z_{\alpha\beta} \\ Z_{\gamma\gamma} & Z_{\gamma\alpha} & Z_{\beta\gamma} \end{bmatrix} \quad \Omega\angle \qquad (2{\cdot}7)$$

端子 a, b 及び c に於ける第1正相 Impedanee を夫々 $Z_{\alpha1}$, $Z_{\beta2}$ 及び $Z_{\gamma1}$ とすれば

$$\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Z_{l1}}}\right) = [Z_t]\ [\gamma^{-(i-1)2}\delta_{ij}]\ [1] \quad \Omega\angle \qquad (2{\cdot}8)$$

而して端子 a, b 及び c に於ける第2正相 Impedance を夫々 $Z_{\alpha2}$; $Z_{\beta2}$ 及び $Y_{\gamma2}$ とすれば

$$\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Z_{l2}}}\right) = [Z_t']\ [\gamma^{-(i-1)2}\delta_{ij}]\ [1] \quad \Omega\angle \qquad (2{\cdot}9)$$

又端子 a, b 及び c に於ける零相 Admittance を夫々 $Y_{\alpha0}$, $Y_{\beta0}$ 及び $Y_{\gamma0}$ とすれば

$$\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Y_{l0}}}\right) = [Y_t']\ [1] \quad \Omega\angle \qquad (2{\cdot}10)$$

端子 a, b 及び c に於ける第1正相 Admittance を夫々 $Y_{\alpha1}$, $Y_{\beta1}$ 及び $Y_{\gamma1}$ とすれば

$$\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Y_{l1}}}\right) = [Y_t']\ [\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}]\ [1] \quad \Omega\angle \qquad (2{\cdot}11)$$

而して端子 a, b 及び c に於ける第2正相 Admittance を夫々 $Y_{\alpha2}$, $Y_{\beta2}$ 及び $Y_{\gamma2}$ とすれば

$$\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Y_{l2}}}\right) = [Y_t']\ [\delta^{-(i-1)2}\delta_{ij}]\ [1] \quad \Omega\angle \qquad (2{\cdot}12)$$

従つて Impedance の対称分に就いて観ると

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Z_{n0}}}\right) = \left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Z_{l0}}}\right) + 3Z_N[1] \quad \Omega\angle$$

即中性点 N が接地されて居る場合の或る端子に於ける零相 Impedance は中性点が直接に接地された場合の同じ端子に於ける零相 Impedance に接地 Impedance Z_N の 3 倍の大さの Impedance の換言すれば接地 Impedance の相数倍の大さの Impedance が直列に接続されたものに等しい。又

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Z_{n1}}}\right) = \left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Z_{l1}}}\right) \quad \Omega\angle$$

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Z_{n2}}}\right) = \left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Z_{l2}}}\right) \quad \Omega\angle$$

即　正相及び第2正相の Impedanee は中性点の接地方式には無関係で中性点が接地 Impedace を通して接地されて居ようと又直接に接地されて居ようと変りが無い。之はZ_N中の電流が常に零であるからである。

次に Admittance の対称分に就いて見ると

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{n0}\right)=\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Y}}{}_{l0}\cdot\frac{1}{\delta}\right) \qquad \mho\angle$$

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{n1}\right)=\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Y}}{}_{l1}\right)-\left(\gamma^{i-1}\delta_{ij}\right)\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Y}}{}_{l0}\cdot\frac{3Y'}{\delta}Z_N\right) \qquad \mho\angle$$

但し　$Y'_{02}=\frac{1}{3}(Y_{\alpha 0}+\gamma^{-1}Y_{\beta 0}+\gamma^{-2}Y_{\gamma 0})$　$\mho\angle$

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{n2}\right)=\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Y}}{}_{l2}\right)-\left(\gamma^{(i-1)2}\delta_{ij}\right)\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Y}}{}_{l0}\cdot\frac{3Y'_{01}}{\delta}Z_N\right) \qquad \mho\angle$$

但し　$Y'_{01}=\frac{1}{3}(Y_{\alpha 0}+\gamma^{-2}Y_{\beta 0}+\gamma^{-2\cdot 2}Y_{\gamma 0})$　$\mho\angle$

なる関係がある。

(b)　中性点非接地式のY接続回路

第2·1図及び第2·2図に示す様な回路で中性点Nが非接地である場合にはNの電位は一般には零でないから各端子に於ける零相 Impedance は

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Z}}{}_{n0}\right)=\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Z}}{}_{l0}\right)+\infty\cdot(1) \qquad \Omega\angle \qquad (2\cdot 13)$$

各端子に於ける第1正相 Impedanee は3端子に第1正相線電流を通ずるに必要にして十分な端子電位に就いて考へるからV_Nが零であるとして

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Z}}{}_{n1}\right)=\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Z}}{}_{l1}\right) \qquad \Omega\angle \qquad (2\cdot 14)$$

而して各端子に於ける第2正相 Impedance は第1正相 Impednce の場合と同様にして

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Z}}{}_{n2}\right)=\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Z}}{}_{l2}\right) \qquad \mho\angle \qquad (2\cdot 15)$$

又各端子に於ける零相 Admittance は

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{n0}\right)=(Y_t)(1)=0\cdot(1) \qquad \mho\angle$$

但し

$$(Y_t)=\begin{pmatrix} Y_{\alpha\alpha}-\frac{Y_{\alpha 0}^2}{\delta'} & Y_{\alpha\beta}-\frac{Y_{\alpha 0}Y_{\beta 0}}{\delta'} & Y_{\gamma\alpha}-\frac{Y_{\gamma 0}Y_{\gamma 0}}{\delta'} \\ Y_{\beta\beta}-\frac{Y_{\beta 0}^2}{\delta'} & Y_{\beta\gamma}-\frac{Y_{\beta 0}Y_{\gamma 0}}{\delta'} & Y_{\alpha\beta}-\frac{Y_{\alpha 0}Y_{\beta 0}}{\delta'} \\ Y_{\gamma\gamma}-\frac{Y_{\gamma 0}^2}{\delta'} & Y_{\gamma\alpha}-\frac{Y_{\gamma 0}Y_{\alpha 0}}{\delta'} & Y_{\beta\gamma}-\frac{Y_{\beta 0}Y_{\gamma 0}}{\delta'} \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle$$

$$\delta'=Y_{\alpha 0}+Y_{\beta 0}+Y_{\gamma 0}=3Y'_{00} \qquad \mho\angle \qquad (2\cdot 16)$$

各端子に於ける第1正相 Admiffance は

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{n1}\right)=(Y_t)(\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij})(1)=\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Y}}{}_{l1}\right)-(\gamma^{i-1}\delta_{ij})\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Y}}{}_{l0}\cdot\frac{3Y'_{02}}{\delta}\right) \qquad \mho\angle \qquad (2\cdot 17)$$

而して各端子に於ける第2正相 Admiffance は

$$\left(\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{n2}\right)=(Y_t)(\gamma^{-(i-1)2}\delta_{ij})(1)=\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Y}}{}_{l2}\right)-(\gamma^{i-1\,2}\delta_{ij})\left(\overset{l}{\underset{\alpha\beta\gamma}{Y}}{}_{l0}\cdot\frac{3Y'_{01}}{\delta}\right) \qquad \mho\angle \qquad (2\cdot 18)$$

(2·4)

となる。

(C) 3角接続回路

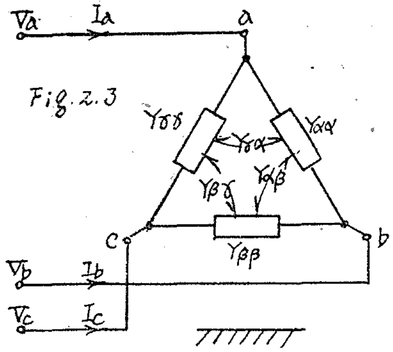


Fig. 2.3

第2·3図に示す様な3角接続回路に於ては端子, a b 及び c から眺めた零相 Admittance を夫々 Y_{a0} Y_{b0} 及び Y_{c0} とすれば

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{no}\right]=[Y_t]\,[1]=0\cdot[1] \qquad ℧\angle$$

但し

$$[Y_t]=\begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ca} \\ Y_{bb} & Y_{bc} & Y_{ab} \\ Y_{cc} & Y_{ca} & Y_{bc} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} Y_{\gamma\gamma}+Y_{\alpha\alpha}-2Y_{\gamma\alpha} & -(Y_{\alpha\alpha}-Y_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma}-Y_{\gamma\alpha}) & -(Y_{\gamma\gamma}-Y_{\gamma\alpha}+Y_{\alpha\beta}-Y_{\beta\gamma}) \\ Y_{\alpha\alpha}+Y_{\beta\beta}-2Y_{\alpha\beta} & -(Y_{\beta\beta}-Y_{\beta\gamma}+Y_{\gamma\alpha}-Y_{\alpha\beta}) & -(Y_{\alpha\alpha}-Y_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma}-Y_{\gamma\alpha}) \\ Y_{\beta\beta}+Y_{\gamma\gamma}-2Y_{\beta\gamma} & -(Y_{\gamma\gamma}-Y_{\gamma\alpha}+Y_{\alpha\beta}-Y_{\beta\gamma}) & -(Y_{\beta\beta}-Y_{\beta\gamma}+Y_{\gamma\alpha}-Y_{\alpha\beta}) \end{bmatrix}$$

$$℧\angle \qquad (2\cdot19)$$

次に各端子から眺めた第1正相 Admittance を夫々 Y_{a1}, Y_{b1} 及び Y_{c1} とすれば

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{ni}\right]=[Y_t]\,[\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}]\,[1] \qquad ℧\angle \qquad (2\cdot20)$$

而して各端子から眺めた第2正相 Admittance を夫々 Y_{a1}, Y_{b2} 及び Y_{c2} とすれば

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{n2}\right]=[Y_t]\,[\delta^{-(i-1)2}\delta_{ij}]\,[1] \qquad ℧\angle \qquad (2\cdot21)$$

又端子 a, b 及び c に於ける零相 Impedance を夫々 Z_{ao}, Z_{bo} 及び Z_{co} とすれば3端子に於ける電位の総和は一般には零でないから

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Z}}{}_{no}\right]=[Z_t]\,[1]+\infty\cdot[1]=(Z+\infty)\cdot[1] \qquad \Omega\angle$$

但し

$$[Z_t]=\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ca} \\ Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{ab} \\ Z_{cc} & Z_{ca} & Z_{bc} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{Y_{bb}+Y_{cc}}{\Delta} & -\frac{Y_{ab}}{\Delta} & -\frac{Y_{ca}}{\Delta} \\ \frac{Y_{cc}+Y_{aa}}{\Delta} & -\frac{Y_{bc}}{\Delta} & -\frac{Y_{ab}}{\Delta} \\ \frac{Y_{aa}+Y_{bb}}{\Delta} & -\frac{Y_{ca}}{\Delta} & -\frac{Y_{bc}}{\Delta} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{Y_{\alpha\alpha}+2Y_{\beta\beta}+Y_{\gamma\gamma}\ 2(_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma})}{\Delta} & \frac{Y_{\alpha\alpha}-Y_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma}-Y_{\gamma\alpha}}{\Delta} & \frac{Y_{\gamma\gamma}-Y_{\gamma\alpha}+Y_{\alpha\beta}-Y_{\beta\gamma}}{\Delta} \\ \frac{Y_{\beta\beta}+2Y_{\gamma\gamma}+Y_{\alpha\alpha}-2(Y_{\beta\gamma}+Y_{\gamma\alpha})}{\Delta} & \frac{Y_{\beta\beta}-Y_{\beta\gamma}+Y_{\gamma\alpha}-Y_{\alpha\beta}}{\Delta} & \frac{Y_{\alpha\alpha}-Y_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma}-Y_{\gamma\alpha}}{\Delta} \\ \frac{Y_{\gamma\gamma}+2Y_{\alpha\alpha}+Y_{\beta\beta}-2(Y_{\gamma\alpha}+Y_{\alpha\beta})}{\Delta} & \frac{Y_{\gamma\gamma}-Y_{\gamma\alpha}+Y_{\alpha\beta}-Y_{\beta}}{\Delta} & \frac{Y_{\beta\beta}-Y_{\beta\gamma}+Y_{\gamma\alpha}-Y_{\alpha\beta}}{\Delta} \end{bmatrix} \qquad \Omega\angle$$

$$\Delta = Y_{aa}Y_{bb} + Y_{bb}Y_{bc} + Y_{ca}Y_{ab} - Y_{aa}Y_{bc} - Y_{bb}Y_{bc} - Y^{ab_2} \qquad \mho^2\angle$$

$$Z = 2[(Y_{\alpha\alpha} + Y_{\beta\beta} + Y_{\gamma\gamma}) - (Y_{\alpha\beta} + Y_{\beta\gamma} + Y_{\gamma\alpha})]\frac{1}{\Delta} \qquad \Omega\angle \qquad (2\cdot22)$$

端子a, b 及びcに於ける第1正相 Impedance を夫々 Z_{a1}, Z_{b1} 及び Z_{c1} とすれば

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Z}}{}_{n1}\right] = [Z_t]\,[\delta^{-(i-1)}\delta_{ij}]\,[1] \qquad \Omega\angle \qquad (2\cdot23)$$

而して端子 a, b 及び c に於ける第2正相 Impedance を夫々 Z_{a2}, Z_{b2} 及び Z_{c2} とすれば

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Z}}{}_{n2}\right] = [Z_t]\,[\delta^{-(i-1)2}\delta_{ij}]\,[1] \qquad \Omega\angle \qquad (2\cdot24)$$

となる。

(d) 直列回路

第2·4図に示す直列回路に於て a, b 及び c 線の零相 Impedance を夫々 Z_{ao} Z_{bo} 及び Z とすれば

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Z}}{}_{no}\right] = [Z_t]\,[1] \qquad \Omega\angle$$

但し

$$Z_t = \begin{pmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ca} \\ Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{ab} \\ Z_{cc} & Z_{ca} & Z_{bc} \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle \qquad (2\cdot25)$$

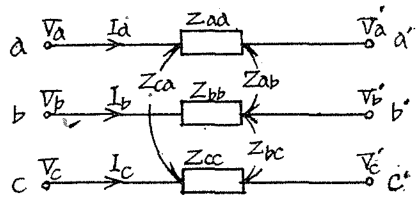


Fig 2.4

a, b 又び c 線の第１正相 Impedance を夫々Z_{a1}, Z_{b1} 及び Z_{c1} とすれば

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Z}}{}_{n1}\right] = [Z_t]\,[\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}]\,[1] \qquad \Omega\angle \qquad (2\cdot26)$$

而して a, b 及び c 線の第2正相 Impedance を夫々 Z_{a2}, Z_{b2} 及び Z_{c2} とすれば

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Z}}{}_{n2}\right] = [Z_t]\,[\gamma^{-(i-1)^2}\delta_{ij}]\,[1] \qquad \Omega\angle \qquad (2\cdot27)$$

又a, b 及び c線の零相 Admittance を夫々 Y_{ao}, Y_{bo}及びY_{co} とすれば

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{no}\right] = [Y_t]\,[1] \qquad \mho\angle$$

但し

$$[Y_t] = \begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ca} \\ Y_{bb} & Y_{bc} & Y_{ab} \\ Y_{cc} & Y_{ca} & Y_{bc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{Z_{bb}Z_{cc} - Z_{bc}^2}{\Delta} & -\dfrac{Z_{cc}Z_{ab} - Z_{bc}Z_{ca}}{\Delta} & -\dfrac{Z_{bb}Z_{ca} - Z_{ab}Z_{bc}}{\Delta} \\ \dfrac{Z_{cc}Z_{aa} - Z_{ca}^2}{\Delta} & -\dfrac{Z_{aa}Z_{bc} - Z_{ca}Z_{ab}}{\Delta} & -\dfrac{Z_{cc}Z_{ab} - Z_{bc}Z_{ca}}{\Delta} \\ \dfrac{Z_{aa}Z_{bb} - Z_{ab}^2}{\Delta} & -\dfrac{Z_{bb}Z_{ca} - Z_{ab}Z_{bc}}{\Delta} & -\dfrac{Z_{aa}Z_{bc} - Z_{ca}Z_{ab}}{\Delta} \end{pmatrix} \qquad \mho\angle$$

$$\Delta = Z_{aa}Z_{bb}Z_{cc} + 2Z_{ab}Z_{bc}Z_{ca} - Z_{aa}Z_{bc}^2 - Z_{bb}Z_{ca}^2 - Z_{cc}Z_{ab}^2 \qquad \Omega^3\angle \qquad (2\cdot28)$$

a, b 及び c 線の第1正相 Admittance を夫々 Y_{a1} Y_{b1} 及びY_{c1} とすれば

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{n1}\right] = [Y_t]\,[\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}]\,[1] \qquad \mho\angle \qquad (2\cdot29)$$

而して a, b 及び c 線の第2正相 Admittance を夫々Y_{a2}, Y_{b2} 及び Y_{c2} とすれば

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{\mathrm{Y}}}_{n2}\right]=\left[\mathrm{Y}_t\right]\left[\gamma^{-(i-1)2}\delta_{ij}\right]\left[1\right] \qquad \mho\angle \tag{2·30}$$

となる。

斯の様に定義された回路定数の対称分は定義に從つて実測することが出來る。尤も中性点非接地のY接続回路では零相 Impedance は直接には測定することは出來ないが (2·13) 式から分る様に中性点を直接に接地して零相 Impedance を測り之に無限大を加うればよい。又回路定数の対称分は磁氣飽和を考へないならば電位と電流とに全く無關係である。此の性質は單相回路に於ける定数の其れと全く同じで之は回路定数の対称分の著しい特徴である。多相回路では電圧と電流とが変れば所謂1相当りの回路定数も変つてしまうので取扱いが非常に面倒である. 3相発電機や電動機或は線路等も決して其の例外ではない。然るに対称座標法によれば回路定数としては電位と電流とに無關係な対称分を考へればよいので3相回路も変定数回路と考へなくてもよいことになり取扱いが著しく簡單になつてしまう。

定義から分る様に同一端子に於ける第1正相 Impedance と第2正相 Impedance とは見掛上は共軛である。 Admittance の対称分に就いても同じことが云へる。

或る端子に於ける或る対称分の Impedance と其の端子の同じ対称分の Admitttance とは一般には逆数關係に無いことに注意を要する。此の点回路定数の対称分が單相回路の定数と著しく異る所である。但し対称回路とか相間に相互 Admittamce が無いと云う特別な場合には單相系の様に逆数關係が成立する。

複雑な回路に於ける定数の対称分は素子回路に於ける定数の対称分を合成して求めることが出來る。例へば直列回路に於ては合成回路の Impedance は素子回路の Impedance の和となり並列回路に於ては合成回路の Admittance は素子回路の Admittance の和となる。

〔2·1〕〔1〕は單位Matrix を表はすのが普通であるが本論文中では〔111〕$_t$ なる形のMatrix が屢々用いられて居るので手数をはぶくために之を〔1〕なる記号で表はすことにした。

必要があれば單位 Matrix は特に〔E〕なる記号で表はして区別する。

〔2·2〕 $\left[\overset{c}{\underset{\alpha\beta\gamma}{\mathrm{Y}}}_{co}\right]$ は中性点接地 Impedance Z_N が零のとき即中性点Nが直接に接地されたとき端子から眺めた零相 Admittance であつて換言すれば接地 Impedance を含まない各相の零相 Admittance である。

〔2·3〕 若し第2·1図に示した回路と第22図に示した回路とが同じものであるならば

$$\begin{pmatrix} Y_{\alpha\alpha} Y_{\alpha\beta} Y_{\gamma\alpha} \\ Y_{\beta\beta} Y_{\beta\gamma} Y_{\alpha\beta} \\ Y_{\gamma\gamma} Y_{\gamma\alpha} Y_{\beta\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{Z_{\beta\beta}Z_{\gamma\gamma}-Z_{\beta\gamma}^2}{\Delta} & -\dfrac{Z_{\gamma\gamma}Z_{\alpha\beta}-Z_{\beta\gamma}Z_{\gamma\alpha}}{\Delta} & -\dfrac{Z_{\beta\beta}Z_{\gamma\alpha}-Z_{\alpha\beta}Z_{\beta\gamma}}{\Delta} \\ \dfrac{Z_{\gamma\gamma}Z_{\alpha\alpha}-Z_{\gamma\alpha}^2}{\Delta} & -\dfrac{Z_{\alpha\alpha}Z_{\beta\gamma}-Z_{\gamma\alpha}Z_{\alpha\beta}}{\Delta} & -\dfrac{Z_{\gamma\gamma}Z_{\alpha\beta}-Z_{\beta\gamma}Z_{\gamma\alpha}}{\Delta} \\ \dfrac{Z_{\alpha\alpha}Z_{\beta\beta}-Z_{\alpha\beta}^2}{\Delta} & -\dfrac{Z_{\beta\beta}Z_{\gamma\alpha}-Z_{\alpha\beta}Z_{\beta\gamma}}{\Delta} & -\dfrac{Z_{\alpha\alpha}Z_{\beta\gamma}-Z_{\gamma\alpha}Z_{\alpha\beta}}{\Delta} \end{pmatrix} \quad \mho\angle$$

但し $\Delta=Z_{\alpha\alpha}Z_{\beta\beta}Z_{\gamma\gamma}+2Z_{\alpha\beta}Z_{\beta\gamma}Z_{\gamma\alpha}-Z_{\alpha\alpha}Z_{\beta\gamma}^2-Z_{\beta\beta}Z_{\gamma\alpha}^2-Z_{\gamma\gamma}Z_{\alpha\beta}^2 \qquad \Omega^3\angle$

なる關係がある。

〔2·4〕 中性点非接地の場合は (a) の場合に於て $Z_N\to\infty$ としても得られる。

第3節　負荷回路の端子電位と線電流

(a)　中性点接地式Y接続負荷

第2·1図に示した中性点接地式のY接続負荷に於いて端子 a, b 及び c の電位 V_a, V_b 及び V_c は

$$\left[\overset{n}{V}_{a}\right]_{abc}=[Z]\left[\overset{n}{I}_{a}\right]_{abc} \qquad V\angle$$

但し

$$[Z]=\begin{pmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ca} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{bc} & Z_{cc} \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle$$

上式右辺の線電流を対称分に分解するに端子 a を基準にとれば

$$\left[\overset{n}{V}_{a}\right]_{abc}=[Z]\,[C]\left[\overset{i}{I}_{ai}\right]_{012}$$

$$=\begin{pmatrix} Z_{a0} & Z_{a1} & Z_{a2} \\ Z_{b0} & \gamma^{-1}Z_{b1} & \gamma^{-2}Z_{b2} \\ Z_{c0} & \gamma^{-2}Z_{c1} & \gamma^{-2.2}Z_{c2} \end{pmatrix}\cdot\left[\overset{i}{I}_{ai}\right]_{012} \qquad V\angle$$

但し

$$C=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \gamma^{-1} & \gamma^{-2} \\ 1 & \gamma^{-2} & \gamma^{-2.2} \end{pmatrix} \qquad 数値\angle \quad (3\cdot1)$$

従つて端子aを基準にとつたときの端子aに於ける電位の零相分V_{a0}, 第1正相分 V_{a1} 及び第2正相分 V_{a2}は

$$\left[\overset{i}{V}_{ai}\right]_{012}=[C]^{-1}\begin{pmatrix} Z_{a0} & Z_{a1} & Z_{a2} \\ Z_{b0} & \gamma^{-1}Z_{b1} & \gamma^{-2}Z_{b2} \\ Z_{c0} & \gamma^{-2}Z_{c1} & \gamma^{-2.2}Z_{c2} \end{pmatrix}\left[\overset{i}{I}_{ai}\right]_{012}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} Z_{a0}+Z_{b0}+Z_{c0} & Z_{a1}+\gamma^2Z_{b1}+\gamma^{2.2}Z_{c1} & Z_{a2}+\gamma Z_{b2}+\gamma^2Z_{c2} \\ Z_{a0}+\gamma Z_{b0}+\gamma^2Z_{c0} & Z_{a1}+Z_{b1}+Z_{c1} & Z_{a2}+\gamma^2Z_{b2}+\gamma^{2.2}Z_{c2} \\ Z_{a0}+\gamma^2Z_{b0}+\gamma^{2.2}Z_{c0} & Z_{a1}+\gamma Z_{b1}+\gamma^2Z_{c1} & Z_{a2}+Z_{b2}+Z_{c2} \end{pmatrix}\left[\overset{i}{I}_{ai}\right]_{012} \qquad V\angle$$

但し

$$[C]^{-1}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \gamma & \gamma^2 \\ 1 & \gamma^2 & \gamma^{2.2} \end{pmatrix} \qquad 数値\angle$$

となる。今

$$[\mathbf{Z}]=\begin{pmatrix} Z_{00} & Z_{12} & Z_{21} \\ Z_{01} & Z_{10} & Z_{22} \\ Z_{02} & Z_{11} & Z_{20} \end{pmatrix}=[C]^{-1}[Z][C]=[C]^{-1}\begin{pmatrix} Z_{a0} & Z_{a1} & Z_{a2} \\ Z_{b0} & \gamma^{-1}Z_{b1} & \gamma^{-2}Z_{b2} \\ Z_{c0} & \gamma^{-2}Z_{c1} & \gamma^{-2.2}Z_{c2} \end{pmatrix}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} Z_{a0}+\ Z_{b0}+\ Z_{c0} & Z_{a1}+\gamma^2 Z_{b1}+\gamma^{2\cdot 2}Z_{c1} & Z_{a2}+\gamma Z_{b2}+\gamma^2 Z_{c2} \\ Z_{a0}+\gamma Z_{b0}+\gamma^2 Z_{c0} & Z_{a1}+\ Z_{b1}+\ Z_{c1} & Z_{a2}+\gamma^2 Z_{b2}+\gamma^{2\cdot 2}Z_{c2} \\ Z_{a0}+\gamma^2 Z_{b0}+\gamma^{2\cdot 2}Z_{c0} & Z_{a1}+\gamma Z_{b1}+\gamma^2 Z_{c1} & Z_{a2}+\ Z_{b2}+\ Z_{c2} \end{pmatrix} \quad \Omega\angle \qquad (3\cdot 1)$$

と置けば

$$\begin{bmatrix} \overset{i}{V}_{ai} \\ {\scriptstyle 012} \end{bmatrix} = [\mathbb{Z}] \begin{bmatrix} \overset{i}{I}_{ai} \\ {\scriptstyle 012} \end{bmatrix} \qquad V\angle \qquad (3\cdot 2)$$

上式は中性点接地式Y接続負荷の端子 a に方ける電位と電流との関係を端子 a を基準にとつて表した一般式であつて單相負荷に於ける式と全く同じ形をとつて居ることに注意を要する。

(3·1) 式から分る様に Z_{00},Z_{01} 及び Z_{02} は夫々端子 a を基準にとつた時の零相 Impedance の零相分，第1正相分及び第2正相分で Z_{10}, Z_{11} 及び Z_{12} は夫々端子 a を基準に とつた ときの第1正相 Impibance の零相分，第1正相分及び第2正相分である。而して Z_{20} , Z_{21} 及び Z_{22} は夫々端子 a を基準にとつたときの第 2 正相 Impedance の零相分，第 1 正相分及び第 2 正相分である。対称分 Impedance, の対称分の間には

$$[Z_{01} Z_{02} Z_{10}]_t = [Z_{21} Z_{12} Z_{20}]_t \qquad \Omega\angle$$

なる関係がある。但し回轉機械に於いては上式は成立しない。

又第 2·2 図に示した負荷に於いて端子 a, b 及び c に於ける線電流 I_a, I_b 及び I_c は

$$\begin{bmatrix} \overset{n}{I}_{n} \\ {\scriptstyle abc} \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} \overset{n}{V}_{n} \\ {\scriptstyle abc} \end{bmatrix} \qquad A\angle$$

但し

$$[Y]=\begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ca} \\ Y_{ab} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{bc} & Y_{cc} \end{pmatrix} \qquad \mho\angle$$

従つて端子を基準にとつたときの端子 a に於ける線電流の零相分 I_{a0} , 第1正相分 I_{a1} 及び第 2 正相分 I_{a2} は

$$\begin{bmatrix} \overset{i}{I}_{ai} \\ {\scriptstyle 012} \end{bmatrix} = [\mathbb{Y}] \begin{bmatrix} \overset{i}{V}_{ai} \\ {\scriptstyle 012} \end{bmatrix} \qquad A\angle \qquad (3\cdot 3)$$

但し

$$[\mathbb{Y}]=\begin{pmatrix} Y_{00} & Y_{12} & Y_{21} \\ Y_{01} & Y_{10} & Y^{22} \\ Y_{02} & Y_{11} & Y_{20} \end{pmatrix} = [C]^{-1}[Y][C] = [C]^{-1}\begin{pmatrix} Y_{a0} & Y_{a1} & Y_{a2} \\ Y_{b0} & \gamma^{-1}Y_{b1} & \gamma^{-2}Y_{b2} \\ Y_{c0} & \gamma^{-2}Y_{c1} & \gamma^{-2\cdot 2}Y_{c2} \end{pmatrix}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} Y_{a0}+\ Y_{b0}+\ Y_{c0} & Y_{a1}+\gamma^2 Y_{b1}+\gamma^{2\cdot 2}Y_{c1} & Y_{a2}+\gamma Y_{b2}+\gamma^2 Y_{c2} \\ Y_{a0}+\gamma Y_{b0}+\gamma_2 Y_{c0} & Y_{a1}+\ Y_{b1}+\ Y_{c1} & Y_{a2}+\gamma^2 Y_{b2}+\gamma^{2\cdot 2}Y_{c2} \\ Y_{a0}+\gamma^2 Y_{b0}+\gamma^{2\cdot 2}Y_{c0} & Y_{a1}+\gamma Y_{b1}+\gamma^2 Y_{ci} & Y_{a2}+\ Y_{b2}+\ Y_{c2} \end{pmatrix} \quad \mho\angle \qquad (3\cdot 4)$$

(3·3) 式は中性点接地式Y接続負荷の端子 a に於ける線電流と電位との 関係を端子 a を基準にとつて表はした一般式であつて單相負荷に於ける式と全く同じ形をとつて居る。

(3·4) 式から分る様に Y_{00} , Y_{01} , 及び Y_{02} は夫々端子 a を基準にとつたときの零相Admittance の零相分，第 1 正相分及び 第 2 正相分で Y_{10} , Y_{11} 及び Y_{12} は夫々端子 a を基準にとつた

ときの第1正相 Admittanec の零相分，第1正相分及び第2正相分である．而してY_{20}，Y_{21} 及び Y_{22} は夫々端子 a を基準にとつたときの 第2正相Admittance の零相分，第1正相分及び第2正相分である。対称分 Admittance の対称分の間には

$$[Y_{01}Y_{02}Y_{10}]_t=[Y_{21}Y_{12}Y_{20}]_t \qquad \mho\angle$$

なる関係がある。但し回轉機械に於いては上式は成立しない。

同一負荷に就いては

$$[Y]=[Z]^{-1}=\begin{pmatrix} \dfrac{Z_{10}Z_{20}-Z_{11}Z_{22}}{\Delta} & -\dfrac{Z_{20}Z_{12}-Z_{11}Z_{21}}{\Delta} & -\dfrac{Z_{10}Z_{21}-Z_{12}Z_{22}}{} \\ -\dfrac{Z_{20}Z_{01}-Z_{02}Z_{22}}{\Delta} & \dfrac{Z_{20}Z_{00}-Z_{02}Z_{21}}{\Delta} & -\dfrac{Z_{00}Z_{22}-Z_{01}Z_{21}}{} \\ -\dfrac{Z_{10}Z_{02}-Z_{01}Z_{11}}{\Delta} & -\dfrac{Z_{00}Z_{11}-Z_{02}Z_{12}}{\Delta} & \dfrac{Z_{00}Z_{11}-Z_{01}Z_{12}}{\Delta} \end{pmatrix} \qquad \mho\angle$$

なる関係がある。之は單相回路に於ける Impedance と Admittance との間の逆数関係に一致して居る。

(*b*) 中性点非接地式のY接続負荷

此の場合には中性点電位を V_N ($V\angle$) とすれば端子電位は

$$\begin{bmatrix} \overset{n}{V}_{n} \\ {\scriptstyle abc} \end{bmatrix}=V_N[1]+[Z']\begin{bmatrix} \overset{n}{I}_{n} \\ {\scriptstyle abc} \end{bmatrix} \qquad V\angle$$

但し

$$[Z']=\begin{bmatrix} Z_{\alpha\alpha} & Z_{\alpha\beta} & Z_{\alpha\gamma} \\ Z_{\beta\alpha} & Z_{\beta\beta} & Z_{\beta\gamma} \\ Z_{\gamma\alpha} & Z_{\beta\gamma} & Z_{\gamma\gamma} \end{bmatrix} \qquad \Omega\angle$$

従つて端子 a を基準にとつたときの端子 a に於ける電位の対称分は

$$\begin{bmatrix} \overset{i}{V}_{ai} \\ {\scriptstyle 012} \end{bmatrix}=[Z]\begin{bmatrix} \overset{i}{I}_{ai} \\ {\scriptstyle 012} \end{bmatrix} =\begin{bmatrix} Z_{12}I_{a1}+Z_{21}I_{a2}+V_N \\ Z_{10}I_{a1}+Z_{22}I_{a2} \\ Z_{11}I_{a1}+Z_{20}I_{a2} \end{bmatrix} \qquad V\angle \qquad (3\cdot5)$$

中性点非接地の場合には（2·13）式から分る様に零相 Imdedance の零相分は 無限大であるが零相 Impedance の第1正相分と第2正相分とは一定有限であり且線電流の零相分が常に零であるから上式の様になる。

次に線電流は

$$\begin{bmatrix} \overset{n}{I}_{n} \\ {\scriptstyle abc} \end{bmatrix}=[Y]\begin{bmatrix} \overset{n}{V} \\ {\scriptstyle abc} \end{bmatrix} \qquad A\angle$$

但し

$$[Y]=\begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ca} \\ Y_{ab} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{bc} & Y_{cc} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} Y_{\alpha\alpha}-\dfrac{Y_{\alpha0}^2}{\delta'} & Y_{\alpha\beta}-\dfrac{Y_{\alpha0}Y_{\beta0}}{\delta'} & Y_{\gamma\alpha}-\dfrac{Y_{\gamma0}Y_{\alpha0}}{\delta'} \\ Y_{\alpha\beta}-\dfrac{Y_{\alpha0}Y_{\beta0}}{\delta'} & Y_{\beta\beta}-\dfrac{Y_{\beta0}^2}{\delta'} & Y_{\beta\gamma}-\dfrac{Y_{\beta0}Y_{\gamma0}}{\delta'} \\ Y_{\gamma\alpha}-\dfrac{Y_{\gamma0}Y_{\alpha0}}{\delta'} & Y_{\beta\gamma}-\dfrac{Y_{\beta0}Y_{\gamma0}}{\delta'} & Y_{\gamma\gamma}-\dfrac{Y_{\gamma0}^2}{\delta'} \end{pmatrix}$$

$$\delta = Y_{\alpha 0} + Y_{\beta 0} + Y_{\gamma 0} = 3Y'_{00} \qquad \mho\angle$$

従つて端子 a を基準にとつたときの端子 a に於ける線電流の対称分は

$$\begin{pmatrix} \overset{i}{\mathrm{I}}_{ai} \\ {\scriptstyle 012} \end{pmatrix} = [\mathbb{Y}] \begin{pmatrix} \overset{i}{\mathrm{V}}_{ai} \\ {\scriptstyle 012} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ Y_{10}V_{a1} + Y_{22}V_{a2} \\ Y_{11}V_{a1} + Y_{20}V_{a2} \end{pmatrix} \qquad A\angle \qquad (3\cdot6)$$

中性点非接地の場合には (2·16) 式から分る様に零相 Admittance の3対称分は皆零且第1正相 Admittance の第2正相分と第 2 正相 Admittance の第2正相分も亦共に零である。

(*c*) 3角接続負荷

第 2·3図に示した3角接続負荷に於て線電流は

$$\begin{pmatrix} \overset{n}{\mathrm{I}}_{n} \\ {\scriptstyle abc} \end{pmatrix} = [Y] \begin{pmatrix} \overset{n}{\mathrm{V}}_{n} \\ {\scriptstyle abc} \end{pmatrix} \qquad A\angle$$

但し

$$[Y] = \begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ca} \\ Y_{ab} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{bc} & Y_{cc} \end{pmatrix} \qquad \mho\angle$$

$[Y]$ の各素子は (2·19) 式に於ける $[Y_t]$ の素子である。

従つて端子 a を基準にとつたときの端子 a に於ける線電流の対称分は

$$\begin{pmatrix} \overset{i}{\mathrm{I}}_{ai} \\ {\scriptstyle 012} \end{pmatrix} = [\mathbb{Y}] + \begin{pmatrix} \overset{i}{\mathrm{V}}_{ai} \\ {\scriptstyle 012} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ Y_{10}V_{a1} + Y_{22}V_{a2} \\ Y_{11}V_{a1} + Y_{20}V_{a2} \end{pmatrix} \qquad A\angle \qquad (3\cdot7)$$

3 角接続負荷に於ても中性点非接地のY接続負荷と同様に線電流の零相分は零である。

(3·7) 式と (3·6) 式とは全く相一致した形をとつて居るがY接続負荷に於ては相電流の零相分は一般には零でないことに留意しなければならぬ。

次には 3 端子に於ける電位の総和は一般に零でないから端子電位は

$$\begin{pmatrix} \overset{n}{\mathrm{V}}_{n} \\ {\scriptstyle abc} \end{pmatrix} = [Z] \begin{pmatrix} \overset{n}{\mathrm{I}}_{n} \\ {\scriptstyle abc} \end{pmatrix} + V_{a0}[1] \qquad V\angle$$

但し

$$[Z] = \begin{pmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ca} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{bc} & Z_{cc} \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle$$

$[Z]$ の素子は (2·22) 式に於ける $[Z_t]$ の素子である。従つて端子 a を基準にとつたときの端子 a に於ける電位の対称分は

$$\begin{pmatrix} \overset{i}{\mathrm{V}}_{ai} \\ {\scriptstyle 012} \end{pmatrix} = [\mathbb{Z}] \begin{pmatrix} \overset{i}{\mathrm{I}}_{ai} \\ {\scriptstyle 012} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} V_{a0} \\ Z_{10}I_{a1} + Z_{22}I_{a2} \\ Z_{11}I_{a1} + Z_{20}I_{a2} \end{pmatrix} \qquad V\angle \qquad (3\cdot8)$$

3角接続の場合には（1·22）式から分る様に零相 Impedance の零相分は無限大であるが零相 Impedance の第1正相分と第2正相分とは共に零又第1正相 Impedance の第2正相と第2正相 Impedance の第1正相分とが亦共に零であるから上式の形となる。
（3·8）式と（3·5）とは相似な形を持つている。従つて中性点非接地のY接続負荷と3角接続負荷とは相似た性質が有ることが分る。一般に中性点非接地回路と3角接続負荷とは互に等價回路を有し互換し得るとして取扱はれて居るが第7節に述べる様に両者の零相回路は異つた性質と構造とを持つので嚴密に云へば両者は互換し得ないものであることに注意しなければならぬ。

〔3·1〕〔c〕は変換 Matrix で対称座標法によれば座標が変換されることに注意を要する。

第4節　直列回路中の電圧降下と線電流

第2·4図に示した直列回路に於いて a, b 及び c 線の電圧降下は

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{\mathrm{V}}}{}_n-\overset{n}{\underset{abc}{\mathrm{V}}}{}'_n\right]=[\mathrm{Z}]\left[\overset{n}{\underset{abc}{\mathrm{I}}}{}_n\right]\qquad \mathrm{V}\angle$$

但し

$$[\mathrm{Z}]=\begin{bmatrix}\mathrm{Z}_{aa}&\mathrm{Z}_{ab}&\mathrm{Z}_{ca}\\\mathrm{Z}_{ab}&\mathrm{Z}_{bb}&\mathrm{Z}_{bc}\\\mathrm{Z}_{ca}&\mathrm{Z}_{bc}&\mathrm{Z}_{cc}\end{bmatrix}\qquad \Omega\angle$$

従つて a 線を基準にとつたときの a 線に於ける線電圧降下の対称分は

$$\left[\overset{i}{\underset{012}{\mathrm{V}}}{}_i-\overset{i}{\underset{012}{\mathrm{V}}}{}'_i\right]=[\mathrm{Z}]\left[\overset{i}{\underset{012}{\mathrm{I}}}{}_{ai}\right]\qquad \mathrm{V}\angle$$

又線電流は

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{\mathrm{I}}}{}_n\right]=[\mathrm{Y}]\left[\overset{n}{\underset{abc}{\mathrm{V}}}{}_n-\overset{n}{\underset{abc}{\mathrm{V}}}{}'_n\right]\qquad \mathrm{A}\angle \qquad (4\cdot1)$$

但し

$$[\mathrm{Y}]=\begin{bmatrix}\mathrm{Y}_{aa}&\mathrm{Y}_{ab}&\mathrm{Y}_{ca}\\\mathrm{Y}_{ab}&\mathrm{Y}_{bb}&\mathrm{Y}_{bc}\\\mathrm{Y}_{ca}&\mathrm{Y}_{bc}&\mathrm{Y}_{cc}\end{bmatrix}\qquad \mho\angle$$

従つて a 線を基準にとつたときの a 線に於ける電流の対称分は

$$\left[\overset{i}{\underset{012}{\mathrm{I}}}{}_{ai}\right]=[\mathrm{Y}]\left[\overset{i}{\underset{012}{\mathrm{V}}}{}_{ai}-\overset{i}{\underset{012}{\mathrm{V}}}{}'_{ai}\right]\qquad \mathrm{A}\angle \qquad (4\cdot2)$$

此の場合若し

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{\mathrm{V}}}{}'_n\right]=\mathrm{V}_{\mathrm{N}}[1]\qquad \mathrm{V}\angle$$

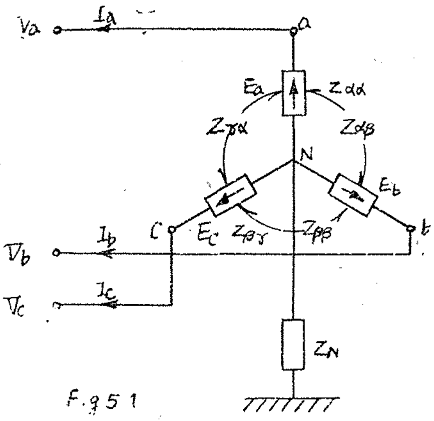
と置けば端子 a', b' 及び c' が導線で一括されてY接続の場合となり尚更に $\mathrm{V_N}=0$ とすれば中性点が直接に接地されたことになるし又 $\mathrm{I}_{a0}=0$ とすれば中性点が接地されて居ないことになる。

第5節　電源の端子電位と線電流

（a）　中性点接地式Y接続電源

第5·1図に示す中性点接地式Y接読電源に於て端子 a, b 及び c に於ける電位を夫々 V_a, V_b 及び V_c とすれば

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{V_n}}\right]=\left[\overset{n}{\underset{abc}{E_n}}\right]-[Z]\left[\overset{n}{\underset{abc}{I_n}}\right] \qquad V\angle$$



F.g 5 1

但し

$$[Z]=\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ca} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{bc} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} Z_{\alpha\alpha}+Z_N & Z_{\alpha\beta}+Z_N & Z_{\gamma\alpha}+Z_N \\ Z_{\alpha\beta}+Z_N & Z_{\beta\beta}+Z_N & Z_{\beta\gamma}+Z_N \\ Z_{\gamma\alpha}+Z_N & Z_{\beta\gamma}+Z_N & Z_{\gamma\gamma}+Z_N \end{bmatrix} \qquad \Omega\angle$$

従つて端子 a を基準にとつたときの端子 a に於ける電位の零相分 V_{a0}, 第1正相分 V_{a1} 及び第2正相分 V_{a2} は

$$\left[\overset{i}{\underset{012}{V_{ai}}}\right]=\left[\overset{i}{\underset{012}{E_{ai}}}\right]-[\mathbb{Z}]\left[\overset{i}{\underset{012}{I_{ai}}}\right] \qquad V\angle$$

但し

$$[\mathbb{Z}]=\begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{12} & Z_{21} \\ Z_{01} & Z_{10} & Z_{22} \\ Z_{02} & Z_{11} & Z_{20} \end{bmatrix}=[C]^{-1}[Z][C]=[C]^{-1}\begin{bmatrix} Z_{a0} & Z_{a1} & Z_{a2} \\ Z_{b0} & \gamma^{-1}Z_{b1} & \gamma^{-2}Z_{a2} \\ Z_{c0} & \gamma^{-2}Z_{c1} & \gamma^{-2\cdot 2}Z_{c2} \end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{bmatrix} Z_{a0}+Z_{b0}+Z_{c0} & Z_{a1}+\gamma^2 Z_{b1}+\gamma^{2\cdot 2}Z_{c1} & Z_{a2}+\gamma Z_{a2}+\gamma^2 Z_{c2} \\ Z_{a0}+\gamma Z_{b0}+\gamma^2 Z_{c0} & Z_{a1}+Z_{b1}+Z_{b1} & Z_{a2}+\gamma^2 Z_{b2}+\gamma^{2\cdot 2}Z_{b2} \\ Z_{a0}+\gamma^2 Z_{b0}+\gamma^{2\cdot 2}Z_{c0} & Z_{a1}+\gamma Z_{b1}+\gamma^2 Z_{b1} & Z_{a2}+Z_{b2}+Z_{c2} \end{bmatrix} \qquad \Omega\angle$$

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Z_{n0}}}\right]=[Z_t][1] \qquad \Omega\angle$$

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Z_{n1}}}\right]=[Z_t][\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}][1] \qquad \Omega\angle$$

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Z_{n2}}}\right]=[Z_t][\gamma^{-(i-1)2}\delta_{ij}][1] \qquad \Omega\angle$$

$$[Z_t]=\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ca} \\ Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{ab} \\ Z_{cc} & Z_{ca} & Z_{bc} \end{bmatrix} \qquad \Omega\angle \qquad (5\cdot 1)$$

上式は中性点接地式Y接続電源の端子 a に於ける電位と電流との関係を端子 a を基準にとつて表ばした一般式であるが單相電源に於ける式と全く同じ形をとつて居る。

上式に於て $\left[\overset{n}{\underset{abc}{Z_{n0}}}\right]$ は端子から眺めた零相内部 Impedance で $\left[\overset{n}{\underset{abc}{Z_{n1}}}\right]$ は端子から眺めた第1正相内部 Impedance である. 而して $\left[\overset{n}{\underset{abc}{Z_{n2}}}\right]$ は端子から眺めた第2正相内部 Impedance であつて此れ等は誘起々電力が零となる様にして定義に従つて測定する事が出來る。

Z_{00}, Z_{01} 及び Z_{02} は夫々端子aを基準にとつたときの零相内部 Impedance の零相分, 第1正相分及び第2正相分で Z_{10}, Z_{11} 及び Z_{12} は夫々端子 a を基準にとつたときの第1正相内部 Impedance の零相分, 第1正相分及び第2正相分である。而してZ_{20}, Z_{21} 及び Z_{21} は夫々端

子aを基準にとつたときの第2正相内部 Impedanceの零相分,第1正相分及び第2正相分である。対称分内部 Impedance の対称分の間には

$$[Z_{01}\quad Z_{02}\quad Z_{10}]_t=[Z_{21}\quad Z_{12}\quad Z_{20}]_t \qquad \Omega\angle$$

なる関係がある。但し回轉機械に於いては上式は成立しない。

第5·2図に示した電源に於て端子 a, b 及び c の線電流を夫々を夫々 I_a, I_b 及び I_c とすれば

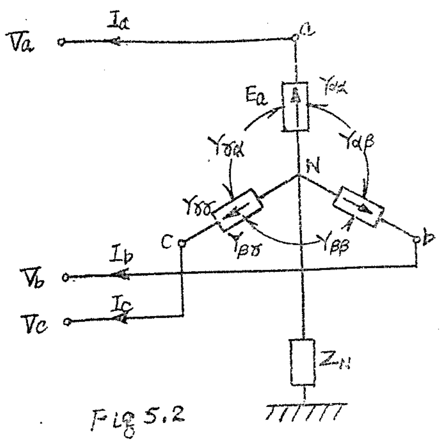


Fig 5.2

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{I_n}}\right]=[Y]\left[\overset{n}{\underset{abc}{E_n}}-\overset{n}{\underset{abc}{V_n}}\right] \qquad A\angle$$

但し

$$[Y]=\begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ca} \\ Y_{ab} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{bc} & Y_{cc} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} Y_{\alpha\alpha}-\frac{Y_{\alpha0}^2}{\delta}Z_N & Y_{\alpha\beta}-\frac{Y_{\alpha0}-Y_{\beta0}}{\delta}Z_N & Y_{\gamma\alpha}-\frac{Y_{\gamma0}Y_{\alpha0}}{\delta}Z_N \\ Y_{\alpha\beta}-\frac{Y_{\alpha0}Y_{\beta0}}{\delta}Z_N & Y_{\beta\beta}-\frac{Y_{\beta0}^2}{\delta}Z_N & Y_{\beta\gamma}-\frac{Y_{\beta0}Y_{\gamma0}}{\delta}Z_N \\ Y_{\gamma\alpha}-\frac{Y_{\gamma0}Y_{\alpha0}}{\delta}Z_N & Y_{\beta\gamma}-\frac{Y_{\beta0}Y_{\gamma0}}{\delta}Z_N & Y_{\gamma\gamma}-\frac{Y_{\gamma0}^2}{\delta}Z_N \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle$$

$$\delta=1+(Y_{\alpha0}+Y_{\beta0}+Y_{\gamma0})Z_N \qquad \Omega\angle$$

$$[Y_t']=\begin{pmatrix} Y_{\alpha\alpha} & Y_{\alpha\beta} & Y_{\gamma\alpha} \\ Y_{\beta\beta} & Y_{\beta\gamma} & Y_{\alpha\beta} \\ Y_{\gamma\gamma} & Y_{\gamma\alpha} & Y_{\beta\gamma} \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle$$

従つて端子aを基準にとつたときの端子aに於ける線電流の零相分 I_{a0}, I_{a1} 及び I_{a2} は

$$\left[\overset{i}{\underset{012}{I_{ai}}}\right]=[\mathfrak{Y}]\left[\overset{i}{\underset{012}{E_{ai}}}-\overset{i}{\underset{012}{V_{ai}}}\right] \qquad A\angle$$

但し

$$[\mathfrak{Y}]=\begin{pmatrix} Y_{00} & Y_{12} & Y_{21} \\ Y_{01} & Y_{10} & Y_{22} \\ Y_{02} & Y_{11} & Y_{20} \end{pmatrix}=[C]^{-1}[Y][C]=[C]^{-1}\begin{pmatrix} Y_{a0} & Y_{a1} & Y_{a2} \\ Y_{b0} & \gamma^{-1}Y_{b1} & \gamma^{-2}Y_{b2} \\ Y_{c0} & \gamma^{-2}Y_{c1} & \gamma^{-2\cdot2}Y_{c2} \end{pmatrix}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} Y_{a0}+Y_{b0}+Y_{c0} & Y_{a1}+\gamma^2Y_{b1}+\gamma^{2\cdot2}Y_{c1} & Y_{a2}+\gamma Y_{b2}+\gamma^2Y_{c2} \\ Y_{a0}+\gamma Y_{b0}+\gamma^2Y_{c0} & Y_{a1}+Y_{b1}+Y_{c1} & Y_{a2}+\gamma^2Y_{b2}+\gamma^{2\cdot2}Y_{c2} \\ Y_{a0}+\gamma^2Y_{b0}+\gamma^{2\cdot2}Y_{c0} & Y_{a1}+\gamma Y_{b1}+\gamma^2Y_{c1} & Y_{a2}+Y_{b2}+Y_{c2} \end{pmatrix} \qquad \mho\angle$$

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Y_{n0}}}\right]=[Y_t][1] \qquad \mho\angle$$

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Y_{n1}}}\right]=[Y_t][\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}][1] \qquad \mho\angle$$

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{Y_{n2}}}\right]=[Y_t][\gamma^{-(i-1)2}\delta_{ij}][1] \qquad \mho\angle$$

$$[Y_t]=\begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ca} \\ Y_{bb} & Y_{bc} & Y_{ab} \\ Y_{cc} & Y_{ca} & Y_{bc} \end{bmatrix} \quad \mho\angle \qquad (5.2)$$

上式は中性点接地式Y接続電源の端子 a に於ける線電源と電位との関係を端子 a を基準にとつて表した一般式であるが単相電源に於ける式と全く同じ形をとつて居る。

上式に於て $\left[\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{n0}\right]$ は端子から眺めた零相内部 Admittance で $\left[\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{n1}\right]$ は端子から眺めた第1正相内部 Admittance である。而して $\left[\overset{n}{\underset{abc}{Y}}{}_{n2}\right]$ は端子から眺めた第2正相内部 Admittance であつて此れ等は誘起々電力が零となる様にして定義に従つて測定することが出來る。Y_{00}, Y_{01} 及び Y_{01} は夫々端子 a を基準にとつたときの零相内部 Admittance の零相分，第1正相分及び第2正相分で Y_{10}, Y_{11} 及び Y_{12} は夫々端子 a を基準にとつたときの第1正相内部 Admittance の零相分，第1正相分及び第2正相分である。而して Y_{20}, Y_{21} 及び Y_{22} は夫々端子 a を基準にとつたときの第2正相内部 Admittance の零相分，第1正相分及び第2正相分である。対称分内部 Admittance の対称分の間には

$$[Y_{01}\ Y_{02}\ Y_{10}]_t=[Y_{21}\ Y_{12}\ Y_{20}]_t \qquad \mho\angle$$

なる関係がある。但し回轉機械に於いては上式は成立しない。

対称分内部回路定数の性質は負荷或は直列回路の場合と全く同じであつて対称分内部 Impedance の対称分と対称分内部 Admittance の対称分の間には矢張り

$$[\mathbb{Y}]=[\mathbb{Z}]^{-1} \qquad \Omega\angle$$

なる逆数関係がある。

(*b*) 中性点非接地式のY接続電源

此の場合には中性点電位を $V_N(V\angle)$ とすれば端子電位は

$$\left[\overset{n}{\underset{abc}{V}}{}_n\right]=\left[\overset{n}{\underset{abc}{E}}{}_n\right]+V_N[1]-[Z']\left[\overset{n}{\underset{abc}{I}}{}_n\right] \qquad V\angle$$

但し

$$[Z']=\begin{bmatrix} Z_{\alpha\alpha} & Z_{\alpha\beta} & Z_{\gamma\alpha} \\ Z_{\alpha\beta} & Z_{\beta\beta} & Z_{\beta\gamma} \\ Z_{\gamma\alpha} & Z_{\beta\gamma} & Z_{\gamma\gamma} \end{bmatrix} \qquad \Omega\angle$$

従つて端子 a を基準にとつたときの端子 a に於ける電位の対称分は

$$\left[\overset{i}{\underset{012}{V}}{}_{ai}\right]=\left[\overset{i}{\underset{012}{E}}{}_{ai}\right]-[\mathbb{Z}]\left[\overset{i}{\underset{012}{I}}{}_{ai}\right]$$

$$=\begin{bmatrix} E_{a0}+V_N-(Z_{12}I_{a1}+Z_{21}I_{a2}) \\ E_{a1}-(Z_{10}I_{a1}+Z_{22}I_{a2}) \\ E_{a2}-(Z_{11}I_{a1}+Z_{20}I_{a2}) \end{bmatrix} \qquad V\angle$$

但し

$$[\mathbb{Z}]=\begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{12} & Z_{21} \\ Z_{01} & Z_{10} & Z_{22} \\ Z_{02} & Z_{11} & Z_{20} \end{bmatrix}=[C]^{-1}[Z][C]=[C]^{-1}\begin{bmatrix} Z_{a0} & Z_{a1} & Z_{a2} \\ Z_{b0} & \gamma^{-1}Z_{b1} & \gamma^{-2}Z_{b2} \\ Z_{c0} & \gamma^{-2}Z_{c1} & \gamma^{-2\cdot2}Z_{c2} \end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} Z_{a0}+Z_{b0}+Z_{c0} & Z_{a1}+\gamma^2 Z_{b1}+\gamma^{2\cdot2}Z_{c1} & Z_{a2}+\gamma Z_{b2}+\gamma^2 Z_{c2} \\ Z_{a0}+\gamma Z_{b0}+\gamma^2 Z_{c0} & Z_{a1}+Z_{b1}+Z_{c1} & Z_{a2}+\gamma^2 Z_{b2}+\gamma^{2\cdot2}Z_{c2} \\ Z_{a0}+\gamma^2 Z_{b0}+\gamma^{2\cdot2}Z_{c0} & Z_{a1}+\gamma Z_{b1}+\gamma^2 Z_{c1} & Z_{a2}+Z_{b2}+Z_{c2} \end{pmatrix} \quad \Omega\angle$$

$$\left[\underset{abc}{\overset{n}{Z}}{}_{n0}\right]=\left[\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{l}{Z}}{}_{l0}\right]+\infty[1]=[Z_t'][1]+\infty[1] \qquad \Omega\angle$$

$$\left[\underset{abc}{\overset{n}{Z}}{}_{n1}\right]=\left[\underset{abc}{\overset{l}{Z}}{}_{l1}\right]=[Z_t'][\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}][1] \qquad \Omega\angle$$

$$\left[\underset{abc}{\overset{n}{Z}}{}_{n2}\right]=\left[\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{l}{Z}}{}_{l2}\right]=[Z_t'][\gamma^{-(i-1)2}\delta_{ij}][1] \qquad \Omega\angle$$

$$[Z_t']=\begin{pmatrix} Z_{\alpha\alpha} & Z_{\alpha\beta} & Z_{\gamma\alpha} \\ Z_{\beta\beta} & Z_{\beta\gamma} & Z_{\alpha\beta} \\ Z_{\gamma\gamma} & Z_{\gamma\alpha} & Z_{\beta\gamma} \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle \tag{5·3}$$

次に線電流は

$$\left[\underset{abc}{\overset{i}{I}}{}_n\right]=[Y]\left[\underset{abc}{\overset{n}{E}}{}_n-\underset{abc}{\overset{n}{V}}{}_n\right] \qquad A\angle$$

但し

$$[Y]=\begin{pmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ca} \\ Y_{ab} & Y_{bb} & Y_{cc} \\ Y_{ca} & Y_{bc} & Y_{cc} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} Y_{\alpha\alpha}-\frac{Y_{\alpha0}^2}{\delta'} & Y_{\alpha\beta}-\frac{Y_{\alpha0}Y_{\beta0}}{\delta'} & Y_{\gamma0}-\frac{Y_{\gamma0}Y_{\alpha0}}{\delta'} \\ Y_{\alpha\beta}-\frac{Y_{\alpha0}Y_{\beta0}}{\delta'} & Y_{\beta\beta}-\frac{Y_{\beta0}^2}{\delta'} & Y_{\beta\gamma}-\frac{Y_{\beta0}Y_{\gamma0}}{\delta'} \\ Y_{\gamma\alpha}-\frac{Y_{\gamma0}Y_{\alpha0}}{\delta'} & Y_{\beta\gamma}-\frac{Y_{\beta0}Y_{\gamma0}}{\delta'} & Y_{\gamma\gamma}-\frac{Y_{\gamma0}^2}{\delta'} \end{pmatrix} \quad \mho\angle$$

$$\delta'=Y_{\alpha0}+Y_{\beta0}+Y_{\gamma0} \qquad \mho\angle$$

従つて端子 a を基準にとつたときの端子 a に於ける線電流の対称分は

$$\left[\underset{012}{\overset{i}{I}}{}_{ai}\right]=[\mathbb{Y}]\left[\underset{012}{\overset{i}{E}}{}_{ai}-\underset{012}{\overset{i}{V}}{}_{ai}\right]$$

$$=\begin{pmatrix} 0 \\ Y_{10}(E_{a1}-V_{a1})+Y_{22}(E_{a1}-V_{a2}) \\ Y_{11}(E_{a1}-V_{a1})+Y_{20}(E_{a2}-V_{a2}) \end{pmatrix} \qquad A\angle$$

但し

$$[\mathbb{Y}]=\begin{pmatrix} Y_{00} & Y_{12} & Y_{21} \\ Y_{01} & Y_{10} & Y_{22} \\ Y_{02} & Y_{11} & Y_{20} \end{pmatrix}=[C]^{-1}[Y_t][C]=[C]^{-1}\begin{pmatrix} Y_{a0} & Y_{a1} & Y_{a2} \\ Y_{b0} & \gamma^{-1}Y_{b1} & \gamma^{-2}Y_{b2} \\ Y_{c0} & \gamma^{-2}Y_{c1} & \gamma^{-2\cdot2}Y_{c2} \end{pmatrix}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} Y_{a0}+Y_{b0}+Y_{c0} & Y_{a1}+\gamma^2 Y_{b1}+\gamma^{2\cdot2}Y_{c1} & Y_{a2}+\gamma Y_{b2}+\gamma^2 Y_{c2} \\ Y_{a0}+\gamma Y_{b1}+\gamma_2 Y_{c0} & Y_{a1}+Y_{b1}+Y_{c1} & Y_{a2}+\gamma^2 Y_{b2}+\gamma^{2\cdot2}Y_{c2} \\ Y_{a0}+\gamma^2 Y_{b0}+\gamma^{2\cdot2}Y_{c0} & Y_{a1}+\gamma Y_{b1}+\gamma^2 Y_{c1} & Y_{a2}+Y_{b2}+Y_{c2} \end{pmatrix} \quad \mho\angle$$

$$\begin{bmatrix}\overset{n}{Z}_{n0}\\ {\scriptstyle abc}\end{bmatrix}=[Y_t]\ [1]=0[1] \qquad ℧∠$$

$$\begin{bmatrix}\overset{n}{Y}_{n1}\\ {\scriptstyle abc}\end{bmatrix}=[Y_t]\ [\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}]\ [1]=\begin{bmatrix}\overset{l}{Y}_{l1}\\ {\scriptstyle \alpha\beta\gamma}\end{bmatrix}-[\gamma^{i-1}\delta_{ij}]\ \begin{bmatrix}\overset{l}{Y}_{l0}\\ {\scriptstyle \alpha b\gamma}\end{bmatrix}\cdot\frac{3Y'_{02}}{\delta'} \qquad ℧∠$$

$$\begin{bmatrix}\overset{n}{Y}_{n2}\\ {\scriptstyle abc}\end{bmatrix}=[Y_t]\ [\gamma^{-(i-1)2}\delta_{ij}]\ [1]=\begin{bmatrix}\overset{l}{Y}_{l2}\\ {\scriptstyle \alpha\beta\gamma}\end{bmatrix}-[\gamma^{(i-1)2}\delta_{ij}]\ \begin{bmatrix}\overset{l}{Y}_{l0}\\ {\scriptstyle \alpha\beta\gamma}\end{bmatrix}\cdot\frac{3Y'_{01}}{\delta'} \qquad ℧∠$$

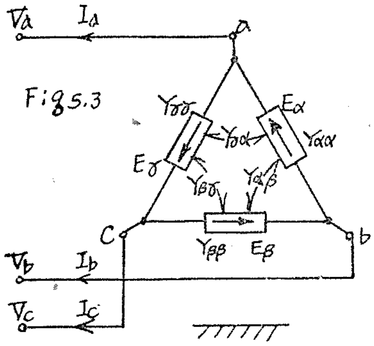
$$[Y_t]=\begin{pmatrix}Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ca}\\ Y_{bb} & Y_{bc} & Y_{ab}\\ Y_{cc} & Y_{ca} & Y_{bc}\end{pmatrix} \qquad ℧∠$$

$$Y'_{02}=\frac{1}{3}[Y_{\alpha0}+\gamma^2Y_{\beta0}+\gamma^{2\cdot2}Y_{\gamma0}] \qquad ℧∠$$

$$Y'_{01}=\frac{1}{3}[Y_{\alpha0}+\gamma Y_{\beta0}+\gamma^2Y_{\gamma0}] \qquad ℧∠$$

(c) 3角接続電源

第5·3図に示す3角接続電源に於て端子 a, b 及びcの線電流を夫々 I_a, I_b 及 I_c とすれば



$$\begin{bmatrix}\overset{n}{I}_n\\ {\scriptstyle abc}\end{bmatrix}=[Y]\begin{bmatrix}\overset{n}{E}_n-\overset{n}{V}_n\\ {\scriptstyle abc}\quad{\scriptstyle abc}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\overset{l}{Y}_{l0}-\overset{l}{Y}_{l0}\\ {\scriptstyle \alpha\beta\gamma}\quad{\scriptstyle \gamma\alpha\beta}\end{bmatrix}E_{\alpha0} \qquad A∠$$

但し

$$[Y]=\begin{pmatrix}Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ca}\\ Y_{ab} & Y_{bb} & Y_{bc}\\ Y_{ca} & Y_{bc} & Y_{cc}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}Y_{\gamma\gamma}+Y_{\alpha\alpha}-2Y_{\gamma\alpha} & -(Y_{\alpha\alpha}-Y_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma}-Y_{\gamma\alpha}) & -(Y_{\gamma\gamma}-Y_{\gamma\alpha}+Y_{\alpha\beta}-Y_{\beta\gamma})\\ -(Y_{\alpha\alpha}-Y_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma}-Y_{\gamma\alpha}) & Y_{\alpha\alpha}+Y_{\beta\beta}-2Y_{\alpha\beta} & -(Y_{\beta\beta}-Y_{\beta\gamma}+Y_{\gamma\alpha}-Y_{\alpha\beta})\\ -(Y_{\gamma\gamma}-Y_{\gamma\alpha}+Y_{\alpha\beta}-Y_{\beta\gamma}) & -(Y_{\beta\beta}-Y_{\beta\gamma}+Y_{\gamma\alpha}-Y_{\alpha\beta}) & Y_{\beta\beta}+Y_{\gamma\gamma}-2Y_{\beta\gamma}\end{pmatrix} \qquad ℧∠$$

$$\begin{bmatrix}\overset{l}{Y}_{l0}\\ {\scriptstyle \alpha\beta\gamma}\end{bmatrix}=[Y'_t]\ [1] \qquad ℧∠$$

$$[Y'_t]=\begin{pmatrix}Y_{\alpha\alpha} & Y_{\alpha\beta} & Y_{\gamma\alpha}\\ Y_{\beta\beta} & Y_{\beta\gamma} & Y_{\alpha\beta}\\ Y_{\gamma\gamma} & Y_{\gamma\alpha} & Y_{\beta\gamma}\end{pmatrix} \qquad ℧∠$$

$$\begin{bmatrix}\overset{n}{E}_n\\ {\scriptstyle abc}\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\left[2\underset{\beta\gamma\alpha}{\overset{l}{E}_l}+\underset{\beta\gamma\alpha}{\overset{l}{E}_l}-3\underset{\alpha\alpha\alpha}{\overset{l}{E}_{l0}}\right]$$

$$E_{\alpha0}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}\overset{l}{E}_l\\ {\scriptstyle \alpha\beta\gamma}\end{bmatrix}_t[1] \qquad V∠$$

従つて端子 a を基準にとつたときの端子 a に於ける線電流の零相分 I_{a0}, 第1正相分 I_{a1} 及び第2正相分 I_{a2} は

$$\begin{bmatrix}\overset{i}{I}_{ai}\\ {}_{012}\end{bmatrix}=[\mathrm{Y}]\begin{bmatrix}\overset{i}{E}_{ai}-\overset{i}{V}_{ai}\\ {}_{012}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\overset{i}{Y}_{\delta oi}\\ {}_{012}\end{bmatrix}E_{a0}$$

$$=\begin{Bmatrix}0\\ Y_{10}(E_{a1}-V_{a1})+Y_{22}(E_{a2}-V_{a2})+\frac{1}{3}(1-\gamma)Y_{\delta 01}E_{a0}\\ Y_{11}(E_{a1}-V_{a1})+Y_{20}(E_{a2}-V_{a2})+\frac{1}{3}(1-\gamma^2)Y_{\delta 02}E_{a0}\end{Bmatrix} \qquad A\angle$$

但し

$$[\mathrm{Y}]=\begin{bmatrix}Y_{00} & Y_{12} & Y_{21}\\ Y_{01} & Y_{10} & Y_{22}\\ Y_{02} & Y_{11} & Y_{20}\end{bmatrix}=[C]^{-1}[Y][C]=[C]^{-1}\begin{bmatrix}Y_{a0} & Y_{a1} & Y_{a2}\\ Y_{b0} & \gamma^{-1}Y_{b1} & \gamma^{-2}Y_{b2}\\ Y_{c0} & \gamma^{-2}Y_{c1} & \gamma^{-2.2}Y_{c2}\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}Y_{a0}+Y_{b0}+Y_{c0} & Y_{a1}+\gamma^2Y_{b1}+\gamma^{2.2}Y_{c1} & Y_{a2}+\gamma Y_{b2}+\gamma^2Y_{c2}\\ Y_{a0}+\gamma Y_{b0}\gamma^2Y_{c0} & Y_{a1}+Y_{b1}+Y_{c1} & Y_{a2}+\gamma^2Y_{b2}+\gamma^{2.2}Y_{c2}\\ Y_{a0}+\gamma^2Y_{b0}\gamma^{2.2}Y_{c0} & Y_{b1}+\gamma Y_{b1}+\gamma^2Y_{c1} & Y_{a2}+Y_{b2}+Y_{c2}\end{bmatrix} \qquad \mho\angle$$

$$\begin{bmatrix}\overset{n}{Y}_{n0}\\ {}_{abc}\end{bmatrix}=[Y_t][1] \qquad \mho\angle$$

$$\begin{bmatrix}\overset{n}{Y}_{n1}\\ {}_{abc}\end{bmatrix}=[Y_t][\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}][1] \qquad \mho\angle$$

$$\begin{bmatrix}\overset{n}{Y}_{n2}\\ {}_{abc}\end{bmatrix}=[Y_t][\gamma^{-(i-1)2}\delta_{ij}][1] \qquad \mho\angle$$

$$[Y_t]=\begin{bmatrix}Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ca}\\ Y_{bb} & Y_{bc} & Y_{ab}\\ Y_{cc} & Y_{ca} & Y_{bc}\end{bmatrix} \qquad \mho\angle$$

$$\begin{bmatrix}\overset{i'}{Y}_{\delta oi}\\ {}_{012}\end{bmatrix}=[C]^{-1}\begin{bmatrix}\underset{012}{\overset{l}{Y}_{l0}}-\underset{\gamma\alpha\beta}{\overset{l}{Y}_{l0}}\end{bmatrix}=[0\cdot Y_{\delta 00}\ \ (1-\gamma)Y_{\delta 01}\ \ (1-\gamma^2)Y_{\delta 02}]_t \qquad \mho\angle$$

$$\begin{bmatrix}\overset{i}{Y}_{\delta oi}\\ {}_{012}\end{bmatrix}=[C]^{-1}\begin{bmatrix}\overset{l}{Y}_{l0}\\ {}_{\alpha\beta\gamma}\end{bmatrix} \qquad \mho\angle \qquad 5\cdot 5$$

又端子電位は3端子に於ける電位の総和が一般には零でないから

$$\begin{bmatrix}\overset{n}{V}_{n}\\ {}_{abc}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\overset{n}{E}_{n}\\ {}_{abc}\end{bmatrix}+V_{a0}[1]-[Z]\begin{bmatrix}\overset{n}{I}_{n}\\ {}_{abc}\end{bmatrix}+[Z]\begin{bmatrix}\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{l}{Y}_{l0}}-\underset{\gamma\alpha\beta}{\overset{l}{Y}_{l0}}\end{bmatrix}E_{a0}$$

但し

$$[Z]=\begin{bmatrix}Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ca}\\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc}\\ Z_{ca} & Z_{bc} & Z_{cc}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{Y_{bb}+Y_{cc}}{\Delta} & -\frac{Y_{ab}}{\Delta} & -\frac{Y_{ca}}{\Delta}\\ -\frac{Y_{ab}}{\Delta} & \frac{Y_{cc}+Y_{aa}}{\Delta} & -\frac{Y_{bc}}{\Delta}\\ -\frac{Y_{ca}}{\Delta} & -\frac{Y_{bc}}{\Delta} & \frac{Y_{aa}+Y_{bb}}{\Delta}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{Bmatrix}\frac{Y_{\alpha\alpha}+2Y_{\beta\beta}+Y_{\gamma\gamma}-2(Y_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma})}{\Delta} & \frac{Y_{\alpha\alpha}-Y_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma}-Y_{\gamma\alpha}}{\Delta}\\ \frac{Y_{\alpha\alpha}-Y_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma}-Y_{\gamma\alpha}}{\Delta} & \frac{Y_{\beta\beta}+2Y_{\gamma\gamma}+Y_{\alpha\alpha}-2(Y_{\beta\gamma}-Y_{\gamma\alpha})}{\Delta}\\ \frac{Y_{\gamma\gamma}-Y_{\gamma\alpha}+Y_{\alpha\beta}-Y_{\beta\gamma}}{\Delta} & \frac{Y_{\beta\beta}-Y_{\beta\gamma}+Y_{\gamma\alpha}-{}_{\alpha\beta}}{\Delta}\end{Bmatrix}$$

$$\left.\begin{matrix}\dfrac{Y_{\gamma\gamma}-Y_{\gamma\alpha}+Y_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma}}{\Delta}\\[2ex] \dfrac{Y_{\beta\beta}-Y_{\beta\gamma}+Y_{\gamma\alpha}+Y_{\alpha\beta}}{\Delta}\\[2ex] \dfrac{Y_{\gamma\gamma}+2Y_{\alpha\alpha}+Y_{\beta\beta}-2(Y_{\gamma\alpha}-Y_{\alpha\beta})}{\Delta}\end{matrix}\right) \qquad \Omega\angle$$

$$\Delta=Y_{aa}Y_{bb}+Y_{ab}Y_{bc}+Y_{ca}Y_{ab}-Y_{aa}Y_{bc}-Y_{bb}Y_{ca}-Y_{ab}^{2} \qquad \mho^{2}\angle$$

従つて端子 a を基準にとつたときの端子 a に於ける電位の対称分は

$$\left[\underset{012}{\overset{i}{V}}{}_{ai}\right]=\left[\underset{012}{\overset{i}{E}}{}_{ai}\right]-[\mathfrak{Z}]\left[\underset{012}{\overset{i}{I}}{}_{ai}\right]+[Z_\delta]\left[\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{l}{Y}}{}_{l0}-\underset{\gamma\alpha\beta}{\overset{l}{Y}}{}_{l0}\right]E_{\alpha0}$$

$$=\begin{pmatrix}V_{a0}\\ E_{a1}-(Z_{10}I_{a1}+Z_{22}I_{a2})+\dfrac{1}{3}\{Z_{a2}(Y_{\alpha0}-Y_{\gamma0})+\gamma Z_{b2}(Y_{\beta0}-Y_{\alpha0})+\gamma^{2}Z_{c2}(Y_{\gamma0}-Y_{\beta0})\}\\ E_{a2}-(Z_{11}I_{a1}+Z_{20}I_{a2})+\dfrac{1}{3}\{Z_{a1}(Y_{\alpha0}-Y_{\gamma0})+\gamma^{2}Z_{b1}(Y_{\beta0}-Y_{\alpha0})+\gamma^{2.2}Z_{c1}(Y_{\gamma0}-Y_{\beta0})\}\end{pmatrix}$$

$$V\angle$$

但し

$$[\mathfrak{Z}]=\begin{pmatrix}Z_{00}&Z_{12}&Z_{21}\\ Z_{01}&Z_{10}&Z_{22}\\ Z_{02}&Z_{11}&Z_{20}\end{pmatrix}=[C]^{-1}[Z][C]=[C]^{-1}\begin{pmatrix}Z_{a0}&Z_{a1}&Z_{a2}\\ Z_{b0}&\gamma^{-1}Z_{b1}&\gamma^{-2}Z_{b2}\\ Z_{c0}&\gamma^{-2}Z_{c1}&\gamma^{-2.2}Z_{c2}\end{pmatrix}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}Z_{a0}+Z_{b0}+Z_{c0}&Z_{a1}+\gamma^{2}Z_{b1}+\gamma^{2.2}Z_{c1}&Z_{a2}+\gamma Z_{b2}+\gamma^{2}Z_{c2}\\ Z_{a0}+\gamma Z_{b0}+\gamma^{2}Z_{c0}&Z_{a1}+Z_{b1}+Z_{c1}&Z_{a2}+\gamma^{2}Z_{b2}+\gamma^{2.2}Z_{c2}\\ Z_{a0}+\gamma^{2}Z_{b0}+\gamma^{2.2}Z_{c0}&Z_{a1}+\gamma Z_{b1}+\gamma^{2}Z_{c1}&Z_{a2}+Z_{b2}+Z_{c2}\end{pmatrix}$$

$$\left[\underset{abb}{\overset{n}{Z}}{}_{n0}\right]=[Z_t][1]+\infty\cdot[1]=(Z+\infty)\cdot[1] \qquad \Omega\angle$$

$$\left[\underset{abc}{\overset{n}{Z}}{}_{n1}\right]=[Z_t][\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}][1] \qquad \Omega\angle$$

$$\left[\underset{abc}{\overset{n}{Z}}{}_{n2}\right]=[Z_t][\gamma^{-(i-1)2}\delta_{ij}][1] \qquad \Omega\angle$$

$$[Z_t]=\begin{pmatrix}Z_{aa}&Z_{ab}&Z_{ca}\\ Z_{bb}&Z_{bc}&Z_{ab}\\ Z_{cc}&Z_{ca}&Z_{bc}\end{pmatrix}$$

$$Z=2[Y_{\alpha\alpha}+Y_{\beta\beta}+Y_{\gamma\gamma})-(Y_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma}+Y_{\gamma\alpha})]\frac{1}{\Delta} \qquad \Omega\angle$$

$$[Z_\delta]=[C]^{-1}[Z]=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}Z&Z&Z\\ Z_{a2}&\gamma Z_{b2}&\gamma^{2}Z_{c2}\\ Z_{a1}&\gamma^{2}Z_{b1}&Z^{2.2}Z_{c1}\end{pmatrix} \qquad \Omega\angle \qquad (5.2)$$

となる。

3角接續電源に於て零相誘起々電力を等價Y誘起々電力中に含めて

$$\left[\underset{012}{\overset{i}{\mathrm{I}}}_{ai}\right]=[\mathbb{Y}]\left[\left(\underset{012}{\overset{i}{\mathrm{E}}}_{ai}+[\mathbb{Y}]^{-1}\underset{012}{\overset{l}{\mathrm{Y}}}{}'_{\delta oi}\,\mathrm{E}_{\alpha 0}\right)-\underset{012}{\overset{l}{\mathrm{V}}}_{ai}\right] \qquad \mathrm{A}\angle$$

$$\left[\underset{012}{\overset{i}{\mathrm{V}}}_{ai}\right]=\left[\underset{012}{\overset{i}{\mathrm{E}}}_{ai}+[\mathbb{Z}]^{-1}[\mathrm{Z}_\delta]\left(\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{l}{\mathrm{Y}}}_{l0}-\underset{\gamma\alpha\beta}{\overset{l}{\mathrm{Y}}}_{l0}\right)\right]-[\mathbb{Z}]\left[\underset{012}{\overset{i}{\mathrm{I}}}_{ai}\right] \qquad \mathrm{V}\angle$$

と書けば單相電源に於ける式と全く同じ形となる。

第 6 節　3相系の解法

第 6·1 図の様にY接続電源1が直列回路2を通してY接続負荷3に接続されて居るとすれば

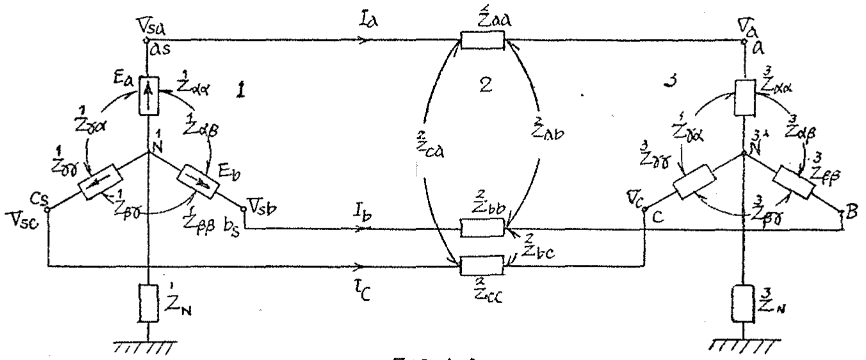


Fig 6.1

電源の端子電位V_{sa}は

$$\left[\underset{012}{\overset{i}{\mathrm{V}}}_{sai}\right]=\left[\underset{012}{\overset{i}{\mathrm{E}}}_{ai}\right]-[\mathbb{Z}_1]\left[\underset{012}{\overset{i}{\mathrm{I}}}_{ai}\right] \qquad \mathrm{V}\angle$$

但し

$$[\mathbb{Z}_1]=[\mathrm{C}]^{-1}[\mathrm{Z}_1][\mathrm{C}] \qquad \Omega\angle$$

$$[\mathrm{Z}_1]=\begin{pmatrix} \overset{1}{\mathrm{Z}}_{aa} & \overset{1}{\mathrm{Z}}_{ab} & \overset{1}{\mathrm{Z}}_{ca} \\ \overset{1}{\mathrm{Z}}_{ab} & \overset{1}{\mathrm{Z}}_{bb} & \overset{1}{\mathrm{Z}}_{cc} \\ \overset{1}{\mathrm{Z}}_{ca} & \overset{1}{\mathrm{Z}}_{bc} & \overset{1}{\mathrm{Z}}_{cc} \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle$$

直列回路中の電圧降下$\mathrm{V}_{sa}-\mathrm{V}_a$は

$$\left[\underset{012}{\overset{i}{\mathrm{V}}}_{sai}-\underset{012}{\overset{i}{\mathrm{V}}}_{ai}\right]=[\mathbb{Z}_2]\left[\underset{012}{\overset{i}{\mathrm{I}}}_{ai}\right] \qquad \mathrm{V}\angle$$

但し　$[\mathbb{Z}_2]=[\mathrm{C}]^{-1}[\mathrm{Z}_2][\mathrm{C}] \qquad \Omega\angle$

$$[Z_2]=\begin{bmatrix}\overset{2}{Z}_{aa} & \overset{2}{Z}_{ab} & \overset{2}{Z}_{ca}\\ \overset{2}{Z}_{ab} & Z_{bb} & \overset{2}{Z}_{bc}\\ \overset{2}{Z}_{ca} & \overset{2}{Z}_{bc} & \overset{2}{Z}_{cc}\end{bmatrix}\qquad \Omega\angle$$

而して負荷の端子電位V_aは

$$\left(\underset{012}{\overset{i}{V}}_{ai}\right)=[\mathbb{Z}_3]\left(\underset{012}{\overset{i}{I}}_{ai}\right)\qquad V\angle$$

但し　$[\mathbb{Z}_3]=[C]^{-1}[Z_3]\,[C]\qquad \Omega\angle$

$$[Z_3]=\begin{bmatrix}\overset{3}{Z}_{aa} & \overset{3}{Z}_{ab} & \overset{3}{Z}_{ca}\\ \overset{3}{Z}_{ab} & \overset{3}{Z}_{bb} & \overset{3}{Z}_{bc}\\ \overset{3}{Z}_{cc} & \overset{3}{Z}_{bc} & \overset{3}{Z}_{cc}\end{bmatrix}\qquad \Omega\angle$$

從つて上記3式

$$\left(\underset{012}{\overset{i}{V}}_{sai}\right)=\left(\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}\right)-[\mathbb{Z}_1]\left(\underset{012}{\overset{i}{I}}_{ai}\right)$$

$$\left(\underset{012}{\overset{i}{V}}_{sai}-\underset{012}{\overset{i}{V}}_{ai}\right)=[\mathbb{Z}_2]\left(\underset{012}{\overset{i}{I}}_{ai}\right)$$

$$\left(\underset{012}{\overset{i}{V}}_{ai}\right)=[\mathbb{Z}_3]\left(\underset{012}{\overset{i}{I}}_{ai}\right)\qquad V\angle \qquad (6\cdot1)$$

をI_a, V_{sa}及びV_aに就いての聯立方程式と考へて解けば此の3相系を解くことが出來る。例へば (6·1) 式から容易に

$$\left(\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}\right)=\left(\underset{123}{\overset{n}{\mathbb{Z}}}_n\right)_t[1]\left(\underset{012}{\overset{i}{I}}_{ai}\right)\qquad V\angle$$

或いは線電流I_aは

$$\left(\underset{012}{\overset{i}{I}}_{ai}\right)=\left([\underset{123}{\overset{n}{\mathbb{Z}}}_n]_t[1]\right)^{-1}\left(\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}\right)\qquad A\angle$$

となる。上式から直ちに端子電位V_{sa}とV_aとが得られるし從つて直列回路中の電圧降下$V_{sa}-V_a$が算出される。

上述の樣に與へられた3相系の合成 Impedance $\left(\underset{123}{\overset{n}{\mathbb{Z}}}_n\right)_t[1]$ 或は合成 Admittance $\left([\underset{123}{\overset{n}{\mathbb{Z}}}_n]_t[1]\right)^{-1}$ を機械的に計算すれば此の3相系を容易に解くことが出來るのである。3相系の此の解法は單相系に於ける解法と全く同じであることを再び强調して置きたい.

第2節終りに於いても簡單に述べたが (6.2) 式からもわかる樣に 3相系が直列に接続されて居るときは或る対称分 Impedance の或る称分は各3相素子の其れ等の和である。從つて直列に接続された3相系では回路定数を Impedance の形で取扱うのが便利である。

負荷が中性点非接地のY接続であつても或は3角接続であつても端子電位の式は中性点接地のY接続の場合と同じ形であるから此れ等の場合にも線電流は(6·3)式其のまゝで表はされる。但し此等の場合には零相電流が常に零となることは云う迄も無からう。電源が中性点非接地Y接続の場合も同様である。

若し電源が3角接続であるならば $\left[\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}\right]$ の代りに $\left[\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}+[\mathbb{Z}]^{-}[Z_\delta]\left(\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{l}{Y}}_{l0}-\underset{\gamma\alpha\beta}{\overset{l}{Y}}_{l0}\right)\right]$ を用うればよい。

又若し回路定数が Admittance の形で与えられて居るならば之を Impedance の形に換算してもよいが直接に解かうとすれば

$$\left[\underset{012}{\overset{i}{I}}_{ai}\right]=[\mathbb{Y}_1]\left[\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}-\underset{012}{\overset{i}{V}}_{sai}\right] \qquad A\angle$$

但し $[\mathbb{Y}_1]=[C]^{-1}[Y_1][C]$ $\quad ℧\angle$

$$[Y_1]=\begin{pmatrix} \overset{1}{Y}_{aa} & \overset{1}{Y}_{ab} & \overset{1}{Y}_{ca} \\ \overset{1}{Y}_{ab} & \overset{1}{Y}_{bb} & \overset{1}{Y}_{bc} \\ \overset{1}{Y}_{ca} & \overset{1}{Y}_{bc} & \overset{1}{Y}_{cc} \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle$$

$$\left[\underset{012}{\overset{i}{I}}_{\sigma i}\right]=[\mathbb{Y}_2]\left[\underset{012}{\overset{l}{V}}_{sai}-\underset{012}{\overset{l}{V}}_{al}\right] \qquad A\angle$$

$$[\mathbb{Y}_2]=[C]^{-1}[Y_2][C] \qquad \Omega\angle$$

$$[Y_2]=\begin{pmatrix} \overset{2}{Y}_{aa} & \overset{2}{Y}_{ab} & \overset{2}{Y}_{ca} \\ \overset{2}{Y}_{ab} & \overset{2}{Y}_{bb} & \overset{2}{Y}_{bc} \\ \overset{2}{Y}_{ca} & \overset{2}{Y}_{bc} & \overset{2}{Y}_{cc} \end{pmatrix} \qquad ℧\angle$$

$$\left[\underset{012}{\overset{i}{I}}_{ai}\right]=[\mathbb{Y}_3]\left[\underset{012}{\overset{i}{V}}_{ai}\right] \qquad A\angle$$

但し $[\mathbb{Y}_3]=[C]^{-1}[Y_3][C]$ $\quad \Omega\angle$

$$[Y_3]=\begin{pmatrix} \overset{3}{Y}_{aa} & \overset{3}{Y}_{ab} & \overset{3}{Y}_{ca} \\ \overset{3}{Y}_{ab} & \overset{3}{Y}_{bb} & \overset{3}{Y}_{bc} \\ \overset{3}{Y}_{ca} & \overset{3}{Y}_{bc} & \overset{3}{Y}_{cc} \end{pmatrix} \qquad ℧\angle$$

依つて上記3式をI, V_{sa} 及び V_a に就いての聯立方程式

$$\begin{pmatrix} 1 & [\mathbb{Y}_1] & 0 \\ 1 & -[\mathbb{Y}_2] & [\mathbb{Y}_2] \\ 1 & 0 & -[\mathbb{Y}_3] \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \left[\underset{012}{\overset{i}{I}}_{ai}\right] \\ \left[\underset{012}{\overset{i}{V}}_{sai}\right] \\ \left[\underset{012}{\overset{i}{V}}_{ai}\right] \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} [\mathbb{Y}_1]\left[\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}\right] \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad A\angle \qquad (6·4)$$

と考へて解けば

$$\begin{pmatrix} \left[\underset{012}{\overset{i}{I}}_{ai}\right] \\ \left[\underset{012}{\overset{i}{V}}_{sai}\right] \\ \left[\underset{012}{\overset{i}{V}}_{ai}\right] \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & [\mathbb{Y}_1] & 0 \\ 1 & -[\mathbb{Y}_2] & [\mathbb{Y}_2] \\ 1 & 0 & -[\mathbb{Y}_3] \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} [\mathbb{Y}_1]\left[\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}\right] \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad A\angle \text{ 及 } V\angle \qquad (6\cdot5)$$

となる。

若し与へられた3相系の回路が対称であるならば$[\mathbb{Z}]$も$[\mathbb{Y}]$も共に対角 Matrix となるから取扱いが非常に簡単になつてしまう。

〔例〕第6 2図の様に対称3相発電機の端子 a を解放し b 及び c 端子を短絡して接地した場合

此の場合は対称3相発電機に第6·3図に示す様な負荷を接続して a 相の負荷 Imedance を無限大としたものと考へることが出來る。

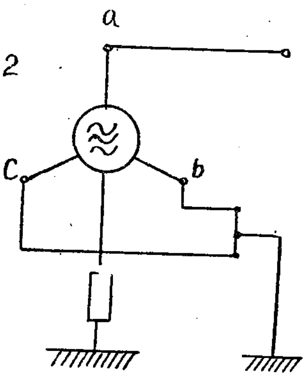


Fig 6.2

第6·3図の負荷に於ては

$$\overset{3}{Z}_{a0} = \overset{3}{Z}_{a1} = \overset{3}{Z}_{a2} = \overset{3}{Z}_{aa}$$

$$\overset{3}{Z}_{b0} = \overset{3}{Z}_{b1} = \overset{3}{Z}_{b2} = 0$$

$$\overset{3}{Z}_{c0} = \overset{3}{Z}_{c1} = \overset{3}{Z}_{c2} = 0 \qquad \Omega\angle$$

$$\therefore [\mathbb{Z}_3] = \frac{\overset{3}{Z}_{aa}}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle$$

電源に於ては

$$\left[\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}\right] = [0 \quad E_{a1} \quad 0]_t \qquad V\angle$$

$$[\mathbb{Z}_1] = \begin{pmatrix} \overset{1}{Z}_{00} & 0 & 0 \\ 0 & \overset{1}{Z}_{10} & 0 \\ 0 & 0 & \overset{1}{Z}_{20} \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle$$

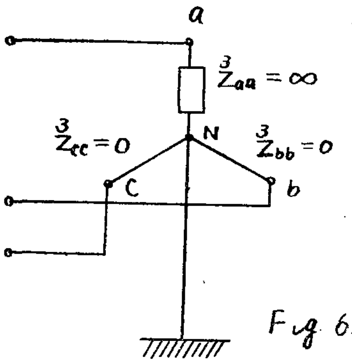


Fig 6.3

従つて

$$\left[\underset{13}{\overset{n}{\mathbb{Z}}}_{n}\right]_t [1] = \begin{pmatrix} \overset{1}{Z}_{00} + \frac{\overset{3}{Z}_{aa}}{3} & \frac{\overset{3}{Z}_{aa}}{3} & \frac{\overset{3}{Z}_{aa}}{3} \\ \frac{\overset{3}{Z}_{aa}}{3} & \overset{1}{Z}_{10} + \frac{\overset{3}{Z}_{aa}}{3} & \frac{\overset{3}{Z}_{aa}}{3} \\ \frac{\overset{3}{Z}_{aa}}{3} & \frac{\overset{3}{Z}_{aa}}{3} & \overset{1}{Z}_{20} + \frac{\overset{3}{Z}_{aa}}{3} \end{pmatrix} \qquad \Omega\angle$$

従つて

$$\left[\underset{012}{\overset{i}{I}}_{ai}\right] = \begin{pmatrix} -\frac{\overset{1}{Z}_{20}}{\Delta} E_{a1} \\ \dfrac{\dfrac{3\overset{1}{Z}_{10}\,\overset{1}{Z}_{20}}{\overset{3}{Z}_{aa}} + \overset{1}{Z}_{20} + \overset{1}{Z}_{00}}{\Delta} E_{a1} \\ -\frac{\overset{1}{Z}_{00}}{\Delta} E_{a1} \end{pmatrix} \qquad A\angle$$

但し　$\Delta = \frac{3\overset{1}{Z}_{00}\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{20}}{\overset{3}{Z}_{aa}}\ \overset{1}{Z}_{00}\overset{1}{Z}_{10}+\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{20}\overset{1}{Z}_{00}$　$\Omega^2\angle$

故に$\overset{3}{Z}_{aa}$が無限大となれば

$$\begin{bmatrix}\overset{i}{I}_{ai}\\ {}_{012}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{\overset{1}{Z}_{20}}{\overset{1}{Z}_{00}\overset{1}{Z}_{10}+\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{20}\overset{1}{Z}_{00}}E_{a1}\\ \dfrac{\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{00}}{\overset{1}{Z}_{00}\overset{1}{Z}_{10}+\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{20}\overset{1}{Z}_{00}}E_{a1}\\ -\dfrac{\overset{1}{Z}_{00}}{\overset{1}{Z}_{00}\overset{1}{Z}_{10}+\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{20}\overset{1}{Z}_{00}}E_{a1}\end{bmatrix}\quad A\angle \qquad (1)$$

又端子電位は

$$\begin{bmatrix}\overset{i}{I}_{ai}\\ {}_{012}\end{bmatrix}=\frac{\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{00}}{\overset{1}{Z}_{00}\overset{1}{Z}_{10}+\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{00}}E_{a1}[1]\quad A\angle$$

となる。

従来の方法によれば端子b及びcが直接々地，端子a解放と云う條件から

$$V_b=V_c=0\quad V\angle \qquad (3)$$

$$I_a=0\quad A\angle \qquad (4)$$

(3)式から

$$V_{a0}=V_{a1}=V_{a2}\quad V\angle \qquad (5)$$

従つて対称3相発電機の基本式

$$\begin{aligned}V_{a0}&=\overset{1}{Z}_{00}I_{a0}\\ V_{a1}&=E_{a1}-\overset{1}{Z}_{10}I_{a1}\\ V_{a2}&=-\overset{1}{Z}_{20}I_{a}\quad V\angle\end{aligned}\qquad (6)$$

と(5)式とを組合せると

$$\begin{aligned}E_{a1}-\overset{1}{Z}_{10}I_{a1}&=-\overset{1}{Z}_{00}I_{a0}\\ E_{a1}-\overset{1}{Z}_{10}I_{a1}&=-\overset{1}{Z}_{20}I_{a2}\quad V\angle\end{aligned}$$

従つて

$$\begin{aligned}I_{a0}&=\frac{\overset{1}{Z}_{10}I_{a1}-E_{a1}}{\overset{1}{Z}_{00}}\\ I_{a2}&=\frac{\overset{1}{Z}_{10}I_{a1}-E_{a1}}{\overset{1}{Z}_{20}}\quad A\angle\end{aligned}\qquad (7)$$

又(2)式から

$$I_{a0}+I_{a1}+I_{a2}=0\quad A\angle \qquad (8)$$

(7)式と(8)式とを組合せて線電流の対称分を求めると

$$\begin{aligned}I_{a0}&=-\frac{\overset{1}{Z}_{20}}{\overset{1}{Z}_{00}\overset{1}{Z}_{10}+\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{20}\overset{1}{Z}_{00}}E_{a1}\\ I_{a1}&=\frac{\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{00}}{\overset{1}{Z}_{00}\overset{1}{Z}_{10}+\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{20}\overset{1}{Z}_{00}}E_{a1}\\ I_{a2}&=-\frac{\overset{1}{Z}_{00}}{\overset{1}{Z}_{00}\overset{1}{Z}_{10}+\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{20}\overset{1}{Z}_{00}}E_{a1}\quad A\angle\end{aligned}\qquad (6)$$

即ち (1) 式と同じ結果が得られる。

從來の方法に依れば計算だけは簡單な樣に見えるけれども本例からも推察出來る樣に問題を解く方法が問題の種類によつて異るから問題を解くのに熟練が必要である。然るに筆者の方法によれば回路に就いて対称分回路定数を機械的に計算すれば解を得ることが出來るのであつて此の方法は單相系の取扱いと全く同じである。從つて本法に依れば如何なる種類の問題に就いても解法には変りが無く問題に共通な一般的解法を与へられるのである。

第7節　對稱座標法による取扱いの意味 (回路の分解に就いて)

Y接続負荷に於ける端子電位の式 (3·2)

$$\left(\overset{i}{V}_{a1}\right)_{012}-(Z)\left(\overset{i}{I}_{ai}\right)_{012}$$

$$=\begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{12} & Z_{21} \\ Z_{01} & Z_{10} & Z_{22} \\ Z_{02} & Z_{11} & Z_{20} \end{bmatrix}\left(\overset{i}{I}_{ai}\right)_{012} \qquad V_{\angle}$$

を觀るに之は自己 Impedance が Z_{00} で端子電位 V_{a0}，而して線電流 I_{a0} なる單相負荷と自己 Impedance が Z_{10} で端子電位 V_{a1}，而して線電流 I_{a1} なる單相負荷及び自己 Impedance が Z_{20} で端子電位, V_{a2}, 而して線電流 I_{a2} なる單相負荷とに就いての式であると考へる事が出來る。即ち Y 接続負荷に対して対称座標法を適用した結果は此の負荷の基準にとつた a 相を第7·1図に示す樣に相数と同数な3箇の仮想的な單相負荷に分解したことになつた。電位或は電流を3箇の対称分に分解して考へる樣に対称座標法では負荷其のものも3箇の対称分に分解して考へると云うことが出來る。

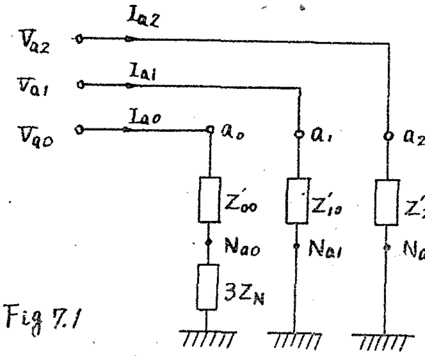


Fig 7.1

此等3箇の対称分負荷中自己 Impedance が Z_{00} なる單相負荷を零相負荷と称し自己 Impedance が Z_{10} なる單相負荷を第1正相負荷と呼ぶことに又自己 Impedance が Z_{20} なる單相負荷を第2正相負荷と云うことにしよう。

零相負荷の自己 Impedance は Z_{00} 即ち3端子から夫々の相を眺めたときの零相 Impedance の平均である。從つて零相負荷の自己 Impedance は接地 Impedance Z_N を含まない各相のみの零相 Impedance の平均 $Z'_{00}=\frac{1}{3}\left(\overset{l}{Z}_{l0}\right)_{\alpha\beta\gamma\,t}$ (1) に Z_N の3倍の Impedance を直列に接續したものである。而して第1正相負荷の自己 Impedance は Z_{10} 即ち3端子から夫々の相を眺めたときの第1正相 Impedance の平均である。從つて第1正相負荷の自己 Impedance は Z_N を含まない各相のみの第1正相 Impedance の平均 $Z'_{10}=\frac{1}{3}\left(\overset{l}{Z}_{l1}\right)_{\alpha\beta\gamma\,t}$ (1) に等しい。又第2正相負荷の自己 Impedance は Z_{20} 即ち3端子から夫々の相を眺めた時の第2正相 Impedance の平均である。從つて第2正相負荷の自己 Impedance は Z_N を含まない各相のみの第2正相 Impedance の平均 $Z'_{20}=\frac{1}{3}\left(\overset{l}{Z}_{l2}\right)_{\alpha\beta\gamma\,t}$ (1) に等しい。此等3箇の仮想的な対称分負荷の間にも矢張り相互作用があるのであつて第1正相單相負荷が零相單相負荷に及ぼす相互 Impedance は Z_{12} で零相單相負荷が第1正相單相負荷に及ぼす相互 Impedance は Z_{01}

である。而して第2正相單相負荷が第1正相單相負荷に及ぼす相互 Impedance は Z_{22} で第1正相單相負荷が第2正相單相負荷に及ぼす相互 Impedanee は Z_{11} である。又零相單相負荷が第2正相單相負荷に及ぼす相互 Impedance は Z_{02} で第2正相單相負荷が零相單相負荷に及ぼす相互 Impedance はZ_{21}である。実在する2箇の單相負荷 a と b との間では負荷 a が b に及ぼす相互 Impedance Z_{ab} とと負荷 a が b に及ぼす相互 Impedance Z_{ba} とは一般には相等しいが仮想的な対称分負荷の場合には斯様な性質が無いことに留意しなければならない。

零相單相負荷に於て元の負荷の入力端子 a に相応する入力端子 a_0 の電位は V_{a0}で線電流はI_{a0}である。而して第1正相單相負荷に於て元の負荷の入力端子 a に相応する入力端子 a_1 の電位は V_{a1} で線電流は I_{a1} である。又第2正相單相負荷に於て元の負荷の入力端子 a に相応する入力端子 a_2 の電位はV_{a2}で線電流は I_{a2} である。(3·2)式は電位に就いての式であるから3対称分單相負荷の大地側端子は大地に接続されて居ることになるが零相單相負荷に於ては元の負荷の中性点に相応する端子 N_{a0} は $3Z_N$ なる大さの Impedance を通して接地されて居り第1正相單相負荷に於ては元の負荷の中性点に相応する端子 N_{a1} は直接に接地されて居る。而して第2正相單相負荷に於いても元の負荷の中性点に相応する端子 N_{a2} も亦直接に接地されて居るのである。

中性点直接々地の負荷に於ては零相單相負荷の端子 N_{a0} は直接々地となる。

又中性点非接地の場合には零相單相負荷の端子 N_{a0} は解放され其の電位は元は負荷の中性点電位に等しい。そして零相單相負荷の線電流は零である。此の場合も第1正相負荷に於ける端子 N_{a1} と第2正相負荷に於ける端子 N_{a2} とは後述する様に電位が共に零で直接々地になつて居る。

与へられた負荷が平衡して居るならば

$$[\mathscr{Z}]=\begin{bmatrix} Z_{00} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{10} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{20} \end{bmatrix} \qquad \Omega\angle$$

従つて対称分負荷の間には相互作用が全然無く3箇の対称分單相負荷は全く独立となつてしまう。

同様にして端子bを基準にすれば負荷のb相も大地を共通帰路とする所の零相，第1正相及び第2正相なる3箇の仮想的な單相負荷に分解することが出來る。即ち端子bを基準とすれば端子電位は

$$\begin{bmatrix} \overset{n}{V_n} \\ {}_{bca} \end{bmatrix}=[Z_b]\begin{bmatrix} \overset{n}{I_n} \\ {}_{bca} \end{bmatrix} \qquad V\angle$$

但し

$$[Z_b]=\begin{bmatrix} Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{ab} \\ Z_{bc} & Z_{cc} & Z_{ca} \\ Z_{ab} & Z_{ca} & Z_{aa} \end{bmatrix} \qquad \Omega\angle$$

依つて

$$\begin{bmatrix} \overset{i}{V_{bi}} \\ {}_{012} \end{bmatrix}=[\mathscr{Z}_b]\begin{bmatrix} \overset{i}{I_{bi}} \\ {}_{012} \end{bmatrix} \qquad V\angle$$

但し

$$[\mathscr{Z}_b]=[C]^{-1}[Z_b]\,[C]$$

$$
=\begin{bmatrix} Z_{b00} & Z_{b12} & Z_{b21} \\ Z_{b01} & Z_{b10} & Z_{b22} \\ Z_{b02} & Z_{b11} & Z_{b20} \end{bmatrix} \qquad \Omega\angle
$$

上式に於てZ_{b00}，Z_{b01}及びZ_{b02}は夫々端子から眺めた零相 Impedence の端子 b を基準とした零相分，第１正相分及び第2正相分でZ_{b10}，Z_{b11}及びZ_{b12}は夫々端子から眺めた第1正相 Impedance の端子 b を基準とした零相分，第１正相分及び第2正相分である．而してZ_{b20}，Z_{b21}及びZ_{b22}は夫々端子から眺めた第２正相 Impedance の端子 b を基準とした零相分，第1正相分及第2正相分である。

従つて端子 b を基準とするとき b 相に於て零相單相負荷の自己 Impedance は Z_{b00}，第１正相單相負荷の自己 Impedanceは Z_{b10} で第２正相單相負荷の自己 Impedance は Z_{b20} である。第１正相單相負荷が零相單相負荷に及ぼす相互 Impedance は Z_{b12} で零相單相負荷が第１正相單相負荷に及ぼす相互 Impedance は Z_{b01} である．而して第2正相單相負荷が第1正相單相負荷に及ぼす相互 Impedance は Z_{b22} で第1正相單相負荷が第2正相單相負荷に及ぼす相互 Impedance は Z_{b11} である。又零相單相負荷が第２正相單相負荷に及ぼす相互 Impedance は Z_{b02} で第２正相單相負荷が零相單相負荷に及ぼす相互 Impedance は Z_{b21} である。零相單相負荷の入力端子電位は V_{b0} で線電流はI_{b0}であり第１正相單相負荷の入力端子電位は V_{b1} で線電流は I_{b1} である．而して第２正相單相負荷の入力端子電位は V_{b2} で線電流はI_{b2} である。此れ等3対称分單相負荷の內部接続狀態はa相の場合と全く同じである。

扨て端子 a を基準にとつて〔$\mathcal{Z}_b$〕を表わすならば

$$
[\mathcal{Z}_b]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma^{-2} \end{bmatrix}[\mathcal{Z}]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & \gamma^{2} \end{bmatrix} \qquad \Omega\angle
$$

故に端子aを基準にとつて (7·1) 式を書換えると

$$
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma^{-2} \end{bmatrix}\left[\overset{i}{\underset{012}{V_{ai}}}\right]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma^{-2} \end{bmatrix}[\mathcal{Z}]\left[\overset{i}{\underset{012}{I_{ai}}}\right] \qquad V\angle \qquad (7\cdot2)
$$

となる。上式は端子 a を基準にとるならば b 相の３対称分單相負荷の回路定数が a 相に於ける3対称分單相負荷の回路定数と夫々全く等しいことを示す。換言すれば端子 a のみを基準にとるならば a 及び b の両相に於ける3対称分負荷中で同じ対称分のものは回路が全く等しいのである。そして (3 2) 式と (7·2) 式とは互に独立であるから a 及び b の両相に於ける対称分負荷の間には何等の相互作用も無いことがわかる。即異る相に属する対称分單相負荷は互に無関係である。

全く同様にして負荷の c 相も亦３箇の対称分單相負荷に分解することが出來るのであるが若し端子 a を基準にとるならば c 相に於ける３箇の対称分單相負荷の回路は夫々 a 相に於ける同じ対称分單相負荷の回路に等しくなるし加うるにc相の何れの対称分負荷も a及び b の両相に於ける何れの対称分單相負荷にも相互作用を及ぼさない。從つて端子 a を基準にとるときc相に於ける3箇の対称分單相負荷の回路は夫々矢張り端子 a を基準にとつたときの a 及び b の両相に於ける同じ対称分の対称分單相負荷の回路に等しくなつてしまう。

之を要するに与えられた3相負荷は各相を夫々零相，第1正相及び第2正相の3対称分單相負荷に分解することが出來るのであつて若し或る一つの端子のみを共通な基準にとるなら

ば此等3種の対称分單相負荷中で同じ対称分のもの3箇は回路が全く相等しい。そして同じ相に附属する3種の対称分單相負荷の間には相互作用が有るけれども異つた相に附属する対称分單相負荷の間には相互作用が全然無いのである。

次に各相に夫々1箇づつ附属する対称分單相負荷の間には如何なる関係があるかを観よう。先づ a, b 及びc相に夫々1箇づつ附属する3箇の零相單相負荷に於いては入力端子の電位も線電流も夫々相等しい所の同相で等しい並列單相系を形成して居ることになる。之を零相3相負荷と呼ぶことにしよう。

又a, b及びc相に夫々1箇づつ附属する3箇の第1正相單相負荷に於いては入力端子電位が夫々V_{a1}, $\gamma^{-1}V_{a1}$ 及び $\gamma^{-2}V_{a1}$であつてa, b及びcなる相順の第1正相式の対称3相電位をなす．而して線電流は夫々I_{a1}, $\gamma^{-1}I_{a1}$ 及び $\gamma^{-2}I_{a1}$ であつて之もa, b及びcなる相順で第1正相式の対称3相電流を形成する。從つて此の3箇の第1正相單相負荷は一組となつて回路が平衡し入力端子電位も線電流も共に夫々a, b及びcなる相順で第1正相式対称3相形である所の完全対称3相負荷を形成して居る。其の接続は云う迄も無く中性点直接々地のY型である。之を第1正相3相負荷と呼ぶことにする。

最後にa, b及びc相に夫々1箇づつ附属する3箇の第2正相負荷に於いては入力端子電位が夫々 V_{a2}, $\gamma^{-2}V_{a2}$及び$\gamma^{-2\cdot2}V_{a2}$であつてa, b及びcなる相順の第2正相式対称3相電位を形成する．而して線電流は夫々I_{a2}, $\gamma^{-2}I_{a2}$及び$\gamma^{-2\cdot2}I_{a2}$であつて之もa, b及びcなる相順の第2正相式対称3相電流をなす。從つて此の3箇の第2正相單相負荷は一組となつで回路が平衡し入力端子電位も線電流も共に夫々a, b及びcなる相順で第2正相式の対称3相形である所の完全対称3相負荷を形成して居る。其の接続は矢張り中性点直接々地のY型である。之を第2正相3相負荷と云うことにしよう。

零相3相負荷にとつては大地は必要缺く可からざる帰路である。此のことは第1正相及び第2正相の両対称3相負荷に対する零相3相負荷の著しい特徴である。第1正相と第2正相の両対称分3相負荷にとつては大地は無くても支障を來たさない帰路である。

此れ等3箇の仮想的な対称分3相負荷の性質は極めて簡單である。即

第1，零相3相負荷の入力端子電位と線電流とは如何なる場合にも常に共に零相形であり第1正相3相負荷の入力端子電位と線電流とは矢張り常に共に第1正相式の対称3相形である．而して第2正相3相負荷の入力端子電位と線電流とは同様に常に共に第2正相式の対称3相形である。

第2，何れの対称分3相負荷に於て3箇の相間には相互作用が全く無い。

第3，対称分3相負荷間の相互関係如何と云うに3箇の対称分負荷に於ける9箇の相中で同じ文字の相3箇の間には相互作用があるけれども異る文字の相間には何等の相互作用が無い。そして同じ文字の相3箇の間の相互作用は3種の相では全く同じである。從つて3箇の対称分3相負荷の間の相互関係は至極簡單であると云わねばならない。

斯様に対称座標法に依れば第7.2図に示す様に与えられたY接続負荷を夫々大地が共通帰路となつて居る所の零相3相負荷，第1正相3相負荷及び第2正相3相負荷なる仮想的な3相負荷に分解することが出來るのである。零相3相負荷は回路が等しい3箇の零相單相負荷から成る同相な並列單相系であつて入力端子電位は元の負荷の零相入力端子電位で線電流は元の負荷の零相線電流である。而して第1正相3相負荷は回路が等しい3箇の第1正相單相負荷から成り入力端子電位と線電流とは夫々元の負荷の第1正相分であつて從つて共に第1

零相３相負荷

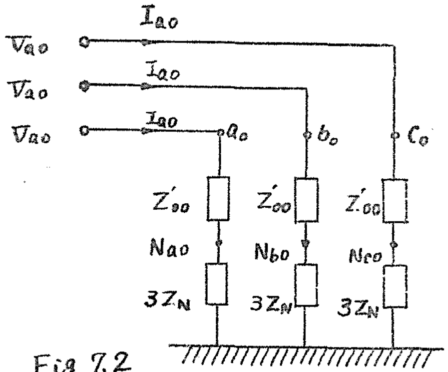
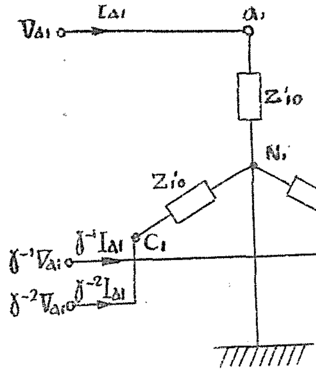
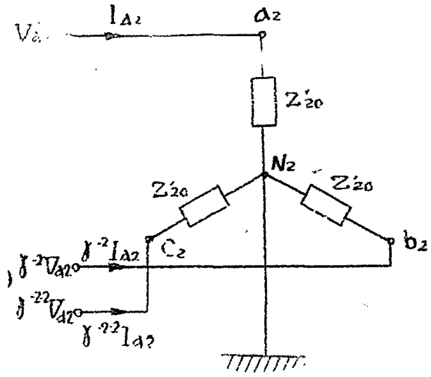


Fig 7.2

第１正相３相負荷



第２正相３相負荷

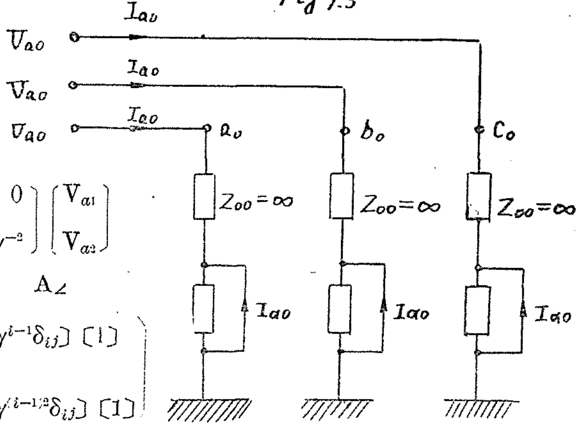


正相式の対称３相形である所の完全対称３相中性点直接々地のＹ接続負荷である。又第２正相３相負荷は回路が等しい３箇の第２正相單相負荷から成り入力端子電位と線電流とは夫々元の負荷の第２正相分であるから共に第２正相式の対称３相形である所の完全対称３相中性点直接々地のＹ接続負荷である。中性点非接地のＹ接続負荷に於いては第１正相３相負荷と第２正相３相負荷とは共に完全対称３相負荷あるから中性点電位は共に常に零であつて中性点は直接に接地されて居ることなり中性点接地の場合と変りが無いが零相３相負荷の線電流は皆零で中性点端子 N_{a0}，N_{b0} 及 N_{c0} が何れも解放されて居り共の電位は元の３相負荷の中性点電位等しいと云う具合に零相３相負荷の模様のみが多少異る。

３角接続続荷も或る一つの端子のみを共通基準にとるとき端子から眺めるとＹ接続負荷と同様に矢張夫々大地を共通帰路とする所の零相３相負荷第１正相３相負荷及び第２正相３相負荷なる仮想的な３相負荷に分解することが出來るのである。第１正相３相負荷は回路が等しい３箇の元の負荷に於ける第１正相單相負荷によつて構成される完全対称３相中性点直接々地のＹ接続負荷であつて入力端子電位と線電流とは夫々元の負荷の第１正相分であるから共に第１正相式の対称３相形である．而して第２正相３相負荷は回路が等しい３箇の元の負荷に於ける第２正相單相負荷によつて構成される完全対称３相中性点直接々地のＹ接続負荷であつて入力端子電位と線電流とは夫々元の負荷の第２正相分であるから共に第２正相式の対称３相形である。又零相３相負荷は回路が等しい３箇の元の負荷に於ける零相單位負荷によつて構成される所の同相な並列單相系であるが第7·3図に示す様にＹ接続負荷の場合とは多少模様を異にする．即零相３相負荷の入力端子電位は元の負荷の

零相入力端子電位あつて大地側端子電位は常に零であるから大地側端子は直接に接地されて居ることになる。尚零相線電流は零であるけれども零相々電流即循環電流は

Fig 7.3



$$I_{\alpha0}=\begin{pmatrix} Y_{\delta12} & 0 \\ 0 & Y_{\delta21}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1-\gamma^{-1} & 0 \\ 0 & 1-\gamma^{-2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_{\alpha1} \\ V_{\alpha2}\end{pmatrix}$$

A∠

但し
$$\begin{pmatrix} Y_{\delta12} \\ Y_{\delta21}\end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} \begin{pmatrix}\overset{l}{Y}_{l1}\\ {}_{\alpha\beta\gamma}\end{pmatrix}_t [\gamma^{i-1}\delta_{ij}]\,[1] \\ \begin{pmatrix}\overset{l}{Y}_{l2}\\ {}_{\alpha\beta\gamma}\end{pmatrix}_t [\gamma^{(i-1)2}\delta_{ij}]\,[1]\end{pmatrix}$$

Ʊ∠

なる式で表はされて零ではないので零相3相負荷には図の様に短絡路回路を含んで居るのである。[7·1] [7·2]

3角接続負荷に於ける対称分3相負荷の性質はY接続の場合と同じである。

同様にして3相直列回路も夫々大地を共通帰路とする所の零相3相直列回路,第1正相3相直列回路及び第2正相3相直列回路なる3種の対称分3相直列回路に分解することが出來るし電源も亦夫々大地を共通帰路とする所の零相3相電源,第1正相3相電源及び第2正相3相電源なる3種の仮想的なる3相電源に分解することが出來るのである。

以上述べた所から対称座標法を適用することによつて3相系をも夫々大地を共通な帰路とする所の零相3相系，第1正相3相系及び第2正相3相系なる3個の仮想的な3相系に分解し得ることがわかる。單相系と全く同様に3相系なるものも3相の電源，直列回路及び負荷が直列に接続されたものである。從つて零相3相系は与えられた3相系の零相3相電源，零相3相直列回路及び零相3相負荷とが直列に接続されたものであつて3箇の相の回路は相等しく且同相な並列單相系を形成する．而して第1正相3相系は与えられた3相系の第1正相3相電源,第1正相3相直列回路及び第1正相3相負荷とが直列に接続されたものであつて第1正相式の完全対称3相中性点直接々地Y接続系を構成して居る。又第2正相系は与えられた3相系の第2正相3相電源,第二正相3相直列路回及び第2正相3相負荷とが直列に接続されたものであつて第2正相系の完全対称3相中性点直接々地Y接続系を形成する。

單相系と完全対称3相系とに就いては取扱いが熟知されて居る所であるから此等3箇の対称分3相系も容易に解くことが出來る訳である。つまる所対称座標法が如何なる形の非対称3相系をも單相系と完全対称3相系とに分解する所の手段であるからには対称座標法によつて一般非対称3相系が容易に解き得られろ理由も自ら明らかであろう。

以上回路定数が Impedance の形で与えられた場合に就いて述べたが Admittanee の形で与えられても同じである。但し此の場合Y接続系に於いては3対称分系とも接地 Impedance が回路定数中に含まれ特に零相分系では接地 Impedance をY接続系の場合の様に分離することが出來ないし3角接続系に於ても同様で零相系では零相電流を通ずる短絡回路が並列となると云う具合に Impedance 回路の場合とは少しく異る。

Impedance で与えられた場合の対称分3相系と Admittance で与えられた対称分3相系と

は一般に同じ3相系の同じ対称分のものでも異つた者であつて換言すれば異る回路を有することは云う迄もない。

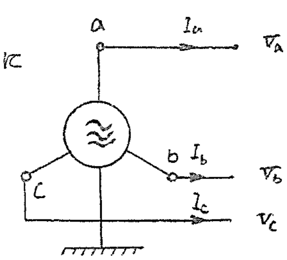
〔7·1〕 3角接続回路の代りに中性点非接地の等價Y接続回路を用いたり或いは逆に中性点非接地のY接続回路の代りに等價な3角接続回路を用うるのは常用の手段であるけれども厳密に云うならば3角接続回路に於いては循環電流が有るから3角接続回路と中性点非接地Y接続回路との間には等價回路が存在しないことに注意しなければならぬ。此のことは零相分回路を比較すれば明かである。
但し端子から眺めて取扱う場合には斯く迄厳密に考える必要はない。

〔7·2〕 3角接続回路の3角閉回路に於ける動作を観るには3角閉回路の対称分を考えなければならぬが此の対称分閉回路も同様にして求めることが出來る。

第8節 電力の表示法

第8·1図に示す様な3相電源に於いて端子 a, b 及び c の電位が夫々 V_a, V_b 及び V_c $(V\angle)$ なるとき線電流 I_a, I_b 及び I_c $(A\angle)$ が夫々端子 a, b 及び c から流出して居るとすれば此の電源が外部に供給する全復素電力 $P+jQ$ は

Fig 8 1



$$P+jQ=\begin{bmatrix}\overset{n}{V}_n\end{bmatrix}_{abc\,t}\begin{bmatrix}\overset{n}{\hat{I}}_n\end{bmatrix}_{acb} \qquad V\angle \qquad (8\cdot1)$$

なる式で表わされる。端子電位と線電流とを対称分に分解するに

$$\begin{bmatrix}\overset{n}{V}_n\end{bmatrix}_{abc}=\begin{bmatrix}\overset{i}{V}_{ai}\end{bmatrix}_{012\,t}[C] \qquad V\angle$$

$$\begin{bmatrix}\overset{n}{\hat{I}}\end{bmatrix}_{nbc}=3[C]^{-1}\begin{bmatrix}\overset{i}{\hat{I}}_{ni}\end{bmatrix}_{012} \qquad A\angle$$

従つて

$$P+jQ=3\begin{bmatrix}\overset{i}{V}_{ni}\end{bmatrix}_{012\,t}\begin{bmatrix}\overset{i}{\hat{I}}_{ni}\end{bmatrix}_{012}=3(V_{a0}\hat{I}_{a0}+V_{a0}\hat{I}_{a1}+V_{a2}\hat{I}_{a2}) \qquad VA\angle \qquad (8\cdot2)$$

上式は3相電源から流出する全復素電力を端子 a を基準にとつた端子電位の対称分と線電流の対称分とで表わしたものである。上式に於いて $3V_{a0}\hat{I}_{a0}$ は此の電源の零相3相電源が外部に供給する全復素電力であつて $3V_{a1}\hat{I}_{a1}$ は与えられた電源の第1正相3相電源が外部に供給する全復素電力である．而して $3V_{a2}\hat{I}_{a2}$ は此の電源の第2正相電源が外部に供給する全復素電力である。

従つて3相電源が外部に供給する全復素電力は此の電源の零相3相電源，第1正相3相電源及び第2正相3相電源が夫々外部に供給する全3相復素電力の総和であると云うことになる。

(8·2) 式で特に面白く感ずることは3相復素電力従つて3相有効電力と3相無効電力とは同じ対称分の端子電位と線電流との間にのみ生ずると云うことである。即零相端子電位と零相線電流との間，第1正相端子電位と第1正相線電流との間，及び第2正相端子電位と第2正相の線電流との間には見掛上電力が生ずるが異る対称分の端子電位と線電流との間例えば零相線電流は第1正相或は第2正相の端子電位との間には見掛上生じない。但し此のことは3相電力に就いて観たときにのみ成立するのであつて3相が夫々如何なる電力を外部に供給して居るかに就いて観る場合には成立しない。即1相1相の復素電力に於いては後述する様に異る対称分の端子電位と線電流との間にも電力を生ずるのである。此のことから直にわかることであるが或る一つの相に於ける同じ対称分の端子電位と線電流

との間の電力は此の相に於ける此の対称分の單相電源が外部に供給する見掛上の電力に過ぎないのであつて眞の電力ではないことに注意しなければならない。

上述の樣に (8.2) 式は 3 相電源が全体として外部に供給する全 3 相復素電力を表わして居るのであつて 3 箇の相が夫々如何なる具合に電力を供給して居るかを示して居るのではない。從つて各相が夫々如何なる電力を供給するか換言すれば 3 箇の相が夫々供給する電力には何の樣な不平衡があるか或は何れの相に何の樣な過負荷が掛つて居るかと云う樣なことは此の式から知ることが出來ないのであつて斯の樣なことを知るには矢張り各相毎に電力を計算しなければならぬ。

例えば a 相が外部に供給する全復素電力を P_a+jQ_a とすれば

$$
\begin{aligned}
P_a+jQ_a &= V_a\hat{I}_a \\
&= (V_{a0}+V_{a1}+V_{a2})\hat{I}_{a1}+(V_{a0}+V_{a1}+V_{a2})\hat{I}_{a1}+(V_{a0}+V_{a1}+V_{a2})\hat{I}_{a2} \\
&= (V_{a0}\hat{I}_{a0}+V_{a1}\hat{I}_{a0}+V_{a2}\hat{I}_{a0})+(V_{a0}\hat{I}_{a1}+V_{a1}\hat{I}_{a1}+V_{a2}\hat{I}_{a1})+(V_{a0}\hat{I}_{b2}+V_{a1}\hat{I}_{a2}+V_{a2}\hat{I}_{a2}) \\
&\qquad \mathrm{VA}\angle \qquad (8.3)
\end{aligned}
$$

上式に於いて $(V_{a0}+V_{a1}+V_{a2})\hat{I}_{a0}$ はa相の零相單相電源が外部に供給する眞の電力であつて之は a 相の零相單相電源が自力で外部に供給する電力 $V_{a0}\hat{I}_{a0}$ と a相の零相單相電源が同じ相の第1正相單相電源の相互作用を受けて外部に供給する電力 $V_{a1}\hat{I}_{a0}$ 及び a 相の零相單相電源が同じ相の第2正相單相電源の相互作用を受けて外部に供給する電力 $V_{a2}\hat{I}_{a0}$ との和である。

又 $(V_{a0}+V_{a1}+V_{a2})\hat{I}_{a1}$ 及 $(V_{a0}+V_{a1}+V_{a2})\hat{I}_{a2}$ は夫々 a 相の第 1 正相單相電源と第 2 正相單相電源とが夫々外部に供給する眞の電力であつて零相單相電源の場合と同樣に夫々両対称分單相電源が自力で外部に供給する電力と他の対称分單相電源の相互作用を受けて外部に供給する電力の和である。

b 及び c 相から夫々外部に供給する電力に就いても同樣なことが云える。同じ対称分の端子電位と線電流との間の電力 $V_{a0}I_{a0}$, $V_{a1}\hat{I}_{a1}$ 及び $V_{a2}\hat{I}_{a2}$ は a, b 及び c 相に於て夫々相等しいが例えば零相端電位と第 1 正相線電流との間の復素電力はa相に於いては $V_{a0}\hat{I}_{a1}$, b 相に於いては$\gamma V_{a0}\hat{I}_{a1}$そして$c$相に於いては $\gamma^2 V_{a0}\hat{I}_{a0}$であり從つて a, b 及び c 相に於ける零相端子電位と第1正相線電流との間の復素電力は大さ相等しく位相は a相の其れを b及び c 相に於いては夫々 $\frac{-2\pi}{3}$ 及び $\frac{2\pi}{3}$ (Radian) だけ進めたものである。依つて3箇の電に於ける零相電端子電位と第 1 正相線電流との間の復素電力の総和は常に零で換言すれば此の復素電力は基準にとつた a 相に於いては電源が外部に供給するが b と c の両相に於いては電源が却つて外部から受電することになり結局 3 相電源全体としては外部に供給もしないし又外部から受電もしないと云う形になる。同樣に他の異る対称分の端子電位と線電流との間の復素電力も a, b 及び c 電に於いて大さ相等しく位相のみが a 相に於ける其れを b 及び c 相に於いては夫々 $\frac{3\pi}{2}$ と $2\frac{2\pi}{3}$ (Radian) づゝか或いは $\frac{-2\cdot 2\pi}{3}$ と $2\frac{2\cdot 2\pi}{3}$ (Radian) づゝずらしたものであつて其の総和が夫々零となる。

第9節　結　　言

多相回路の取扱いに最も便利且有力な方法として対称座標が挙げられるが從來の本法に於いては問題の種類により解法が異つて如何なる種類の問題にも適用出來る一般的な解法が無かつた。從つて対称座標法を駆使するには熟練を要すると云う缺陥があつた。

筆者は対称座標法に"1相当りの回路定数の対称分"なる考えを導入することによつて此の缺陥を除去しあらゆる問題に適用出來る一般的な解法を得ることが出來た。之によつて対称座標法の取扱いが機械的に出來る様になつたし且対称座標法による取扱いの意味即対称座標法に於いては与えられたn相系を1箇の同相にして等しい並列單相系と$u-1$箇の完全対称n相中性点直接々地星形系とに分解して取扱うと云うことが明かになつた。又從つて最も大切なことには多相系も本質的に單相系と同じ取扱いが出來ることが確められたのである。

筆者の方法に於いては一見運算が面倒になつた感じがないではないが面倒さは筆者の方法に於いても從來の対称座標法に於いても変りが無く筆者の方法では只之を系統立てゝ行うことになつたものに過ぎない。運算から滑らかに行われるために検算が容易となる利益が挙げられよう。

尚筆者は相変換機や相平衡機の問題が対称座標法により一般的に取扱われ得る様になつたのではないかと予想し將來の研究問題として取上げたいと考えて居る。

本文に於いては簡單のために3相系のみに就いて述べたが筆者の考え方を一般n相系に拡張するのは容易である。又電位と電流とが共に純正弦波であるとして述べたが歪波形への応用も簡單である。

終りに本研究は文部省科学研究費によつて行われたものであることを附記し擱筆に当つて当局と御援助を賜つた本学の諸先生に深甚の謝意を表する。

参考文献

別宮貞俊：対称座標法解説
Wagner and Evans : Symmetrical Compnents
Fortescue : Methode of Symmetrycal Co-ordinates Applied To The Solution of Poly phase Networks (Transaction of A. I. E. E. 1928)
渡　辺　　寧：対称座標法の批判（電界誌昭和6年6月）
野　田　克　彦：対角轉換法に依る交流多相回路の一般的解法（電試彙報昭和23年6月）
門　田　松　亀：対称座標法（Ohm昭和25年1月より）

NEW IDEA OF THE SYMMETRICAL COMPONENTS OF CIRCUIT

Koreyasu KOBAYASHI
Electrical Engineering Department-
Faculty of Engineering

New idea of "The Symmetrcal Components of Circuit Coustants Per Phase" in the method of symmetrical components made the application of the method Simple and clear. Namely it was made clear that by means of the metho.l one can treat poly phase systems quite same as one treats single phase systems and in consequence got the general method for solving all sorts of problems, moreover made the meaning of treating by the methot of Symmetrical components clear.

64	下	6		絶緣材料　使用して	絶緣材料を使用して
64		同		別に考慮すべき問　で	別に考慮すべき問題で
72	上	10		持続し	接続し
74	下	10		ig＝	iq＝
75	上	11	(1.2.13)	$i_{Dq}=I_q/$	$i_{Dq}=I_q$
80	下	8		1.8.9 a図	1.3.6 a図
82	下	6	(2.1.8)	$+\theta)$	$+\theta_-)$
88	下	18	(2.2.12)	$m\alpha\cos\varphi$	$md\cos\varphi$
89	下	4		る波の	する波の
90	上	2	(2.2.20)	$=(k/n\sin\varphi)[$	$=(k/m\sin\varphi)[$
90	下	12	(2.3.1)	$=\frac{1}{2}Z_m I_o(\theta_- l+$	$=\frac{1}{2}Z_m I_o(\theta_+ l+$
91	上	8	(2.3.3)	$(\theta_+ l+1/m\theta_-$	$(\theta_+ l+{}^{(1}/m)\theta_-$
92	上	3		が磁界	が界磁
〃		21		$H_{Am}\cos\omega t$	$H_m\cos\omega t$
〃	下	12		h_D	h_G
93	下	11	(2.3.23)	$-t^{k-1,}\ Y_{13}$	$-t^{k-1,2}\ Y_{13}$
〃	下	6	(2.3.25)	${}_2V_k$	${}_sV_k$
94	下	10		$e^{jm\alpha\cos\varphi}$	$e^{jmd\cos\varphi}$
95	下	1	(2.4.5)	$\mathrm{sinn}\,\frac{p}{2}($	$\sin\frac{p}{2}($
106	上	5	(2・5.3)	eos(	cos(
113	上	4		electric	electrical
113	上	14		conmunicatiou	conmunicoaton
〃	上	22		aud	and
〃	上	4		Fxamples	Examples
116		28		$Z_{\alpha\gamma}$	$Z_{\gamma\alpha}$
		33		$Z_{\alpha\gamma}$	$Z_{\gamma\alpha}$
117		8		b, d	b, b
		13		$Y_{\alpha\gamma}$	$Y_{\gamma\alpha}$
		17		$Y_{\alpha\alpha}+Y_{\alpha\beta}\frac{V_b}{V^a}+Y_{\alpha\gamma}\frac{V_c}{V^a}$	$Y_{\alpha\alpha}+Y_{\alpha\beta}\frac{V_b}{V_a}+Y_{\gamma\alpha}\frac{V_c}{V_a}$
		24		Admit	Admit－
		25		此の	此れ
118		10		lmpedance	Impdance
		21		分布系	分布形
		25		lmpedance	Impeance
119		11		[2.1]	(2.1)
		28		$Y_{\beta\beta}+\frac{Y_{\beta 0}^2}{\delta}Z_N$	$Y_{\beta\beta}+\frac{Y_{\beta 0}^2}{\delta}Z_N$
		30		$1+3Y'_{oo}Z_N$	$1+3Y_{oo}'Z_N$
120		16		$[\gamma^{-(i-1)2}\delta_{ij}][1]$	$[\gamma^{-(i-1)}\delta_{ij}][1]$

121	6	$\left(\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{l}{Y}}_{lo}\cdot\frac{3Y'}{\delta}Z_N\right)$	$\left(\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{l}{Y}}_{lo}\cdot\frac{3Y'_{02}}{\delta}Z_N\right)$
	8	$\left(\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{l}{Y}}_{lo}\cdot\frac{3Y'_{01}}{\delta}Z_N\right)$	$\left(\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{l}{Y}}_{lo}\cdot\frac{3Y'_{01}}{\delta}Z_N\right)$
	16	雰	零
	22	$\frac{Y_{\gamma 0}Y_{\gamma 0}}{\delta'}$	$\frac{Y_{\gamma 0}Y_{\alpha 0}}{\delta'}$
	26	Admiffance	Admittance
	28	Apmiffance	Admittance
122	23	$\frac{Y_{\alpha\alpha}+2Y_{\beta\beta}+Y_{\gamma\gamma}2(_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma})}{\Delta}$	$\frac{Y_{\alpha\alpha}+2Y_{\beta\beta}+Y_{\gamma\gamma}-2(Y_{\alpha\beta}+Y_{\beta\gamma})}{\Delta}$
	25	$\frac{Y_{\gamma\gamma}-Y_{\gamma\alpha}+Y_{\alpha\beta}-Y_{\beta}}{\Delta}$	$\frac{Y_{\gamma\gamma}-Y_{\gamma\alpha}+Y_{\alpha\beta}-Y_{\beta\gamma}}{\Delta}$
122	1	$-Y^{ab2}$	$-Y_{ab}^2$
	9	Z_{bo} 及び Z	Z_{bo} 及び Z_{co}
124	25	$\left(\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{c}{Y}}_{co}\right)$	$\left(\underset{\alpha\beta\gamma}{\overset{l}{Y}}_{lo}\right)$
126	12	Impibance	Impedance
	29	$Y_{ao}+\gamma Y_{bo}+\gamma_2 Y_{bo}$	$Y_{ao}+\gamma Y_{bo}+\gamma^2 Y_{co}$
131	12	$Y_{\alpha\beta}-\frac{Y_{\alpha o}-Y_{8o}}{\delta}Z^N$	$Y_{\alpha\beta}-\frac{Y_{\alpha o}-Y_{\beta o}}{\delta}Z_N$
132	18	$\Omega\angle$	$\mho\angle$
133	26	$Y_{a0}+Y_{b1}+\gamma_2 Y_{c0}$	$Y_{a0}+\gamma Y_{b0}+\gamma^2 Y_{c0}$
135	11	$Y_{a0}+\gamma Y_{b0}\gamma^2 Y_{c0}$	$Y_{a0}+\gamma Y_{b0}+\gamma^2 Y_{c0}$
	12	$Y_{a0}+\gamma^2 Y_{b0}\gamma^{2\cdot 2}Y_{c0}$	$Y_{a0}+\gamma^2 Y_{b0}+\gamma^{2\cdot 2}Y_{c0}$
	29	$\frac{Y_{\beta\beta}-Y_{\beta\alpha}+Y_{\gamma\alpha}-_{\alpha 8}}{\Delta}$	$\frac{Y_{\beta\beta}-Y_{\beta\alpha}+Y_{\gamma\alpha}-Y_{\alpha\beta}}{\Delta}$
136	17	$\left(\underset{abb}{\overset{n}{Z}}_{no}\right)$	$\left(\underset{abc}{\overset{n}{Z}}_{no}\right)$
139	5	$\left(\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}+[\mathbb{Z}]^{-}[Z_\delta]\right)$	$\left(\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}+[\mathbb{Z}]^{-1}[Z_\delta]\right)$
	13	$\Omega\angle$	$\mho\angle$
	27	$\begin{pmatrix}[\mathbb{Y}]\,[\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}]\\ 0\\ \ \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}[\mathbb{Y}]\,[\underset{012}{\overset{i}{E}}_{ai}]\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$
141	7	$\left(\underset{012}{\overset{i}{I}}_{ai}\right)=\frac{\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{00}}{\overset{1}{Z}_{00}\overset{1}{Z}_{10}+\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{10}Z_{00}}$	$\left(\underset{012}{\overset{i}{V}}_{ai}\right)=\frac{\overset{1}{Z}_{20}\overset{1}{Z}_{00}}{\overset{1}{Z}_{00}\overset{1}{Z}_{10}+\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{20}+\overset{1}{Z}_{10}\overset{1}{Z}_{00}}$
	17	$V_{a2}=-\overset{1}{Z}_{20}I_a$	$V_{a2}=-\overset{1}{Z}_{20}I_{a2}$
142	15	自已 Impedanceが$Z_{,,}$	自已 ImpedanceがZ_{20}
	16	端子電位 V_{a2},	端子電位 V_{a2}
	38	Impedanee	Impedance
143	5	Z_{ab} とと頁荷 a が	Z_{ab} と頁荷 a が
144	4	mpedence	Impedance

	19	竪て	扨て
149	15	電力 $V^{a0}\hat{I}_{a0}$	$V_{a0}\hat{I}_{a0}$
	28	及び$\frac{2\pi}{3}$(Racian)	及び$2\frac{2\pi}{3}$(Radian)
150	10	運算から	運算が
	30	Department-	Department
152		第三図説明	変圧器一次電圧/二次電圧$=\frac{200}{50000}$
155		第六図(一)説明	同上
156		第六図(二)説明	同上
156		第七図説明	變圧器一次電圧/二次電圧$=\frac{200}{30000}$
157		オツシログラム No.1. No.2, No.3,	同上
159		第八図説明	同上
		第九図説明	同上
160		オツシログラム I	Vは變圧器一次電圧の読み
161		オツシログラム II, III	故に実際の電圧は此の
162		オツシログラム VI	$\frac{30000}{200}=150$倍である
181	10	represnted	represented
182	−3	$x \ni X$	$x \in X$
183	13	matrlx	matrix
184	9	(A/B)⁎A	(A\B)⁎A
185	15	⁎namely	⁎
	−3	Theminimun number which satisfy	—
186	18	associtve	associative
	−6	M	M^1
	−3	Additvely	Additively
	−2	(34)	(35)
187	23	vector	vectors
188	−15	vectet	vector
189	16	quotieut	quotient
	−5	e_1 e_2 e_3	$\mathbf{e}_1$ $\mathbf{e}_2$ $\mathbf{e}_3$
	−1	(24)	(22)
190	(83)	$-A/O$	$-\mathbf{A}\backslash\mathbf{O}$
	(84)	X	$\mathbf{X}$
	(85)	=O is equivaleut	=**O** is equivalent.
191	13	clossed	closed
192	(112)	$\underline{\underline{D}}\mathbf{A}^2$	$=\mathbf{A}^{-2}$
	−12	$s=1$	$s=-1$
	−9	used	use